دوفصلنامهٔ اندیشهٔ معماری، نشریهٔ علمی، سال سوم، شمارهٔ پنجم، بهار و تابستان ۱۳۹۸، صص ۸۴-۱۰۵

ارزیابی آراء ریاضی‌دانان مسلمان (سده دو تا یازدهم هجری‌قمری) در باب ماهیّت هندسه در معماری

نوشین عباسی[۱]، مریم قاسمی‌سیچانی [۲]، نیما ولی‌بیگ *[۳]، مهدی سعدوندی [۴]

تاریخ دریافت مقاله : ۱۳۹۷/۱۲/۲۸

تاریخ پذیرش مقاله : ۱۳۹۸/۰۶/۲۲

چکیده

شیوه عمل دانش هندسه در معماری، دلالت بر هویّتی ثابت دارد که مسبب ایجاد زیبایی بصری و نظم در بنا می‌شود. بر این اساس، کاربرد هندسه در ساختار بنا و شهر، زمینه‌ساز تعاریف گوناگونی از ماهیّت این علم شده است. در این رابطه، هدف مقاله پیش روی آن است که برای نخستین بار، به تحلیلی سامانمند از تعاریف و آراء مستند و مکتوب در قرون ابتدایی اسلام در خصوص دانش هندسه از دیدگاه ریاضی‌دانان مسلمان بپردازد و در پی آن تصویر مشخصی از محتوا و کاربرد این دانش را در معماری ارائه دهد. بر این پایه، مطالعه حاضر با رویکردی کیفی و بهره از داده‌های کتابخانه‌ای، در راستای آشنایی با نظریات طرح شده در رابطه با چیستی دانش هندسه به تعیین میزان شباهت‌ها و تفاوت‌های آراء مذکور پرداخته است. بدین منظور، برای پاسخگویی به پرسش‌هایی چون: چیستی ماهیّت دانش هندسه در صناعت بنا از دیدگاه ریاضیدانان مسلمان ایرانی (سده ۲-۱۱هـ‌ق) از یک سو و همچنین آشکار ساختن شیوه پیوند میان دانش هندسه و معماری از خلال تفاوت‌ها و تشابهات آراء اندیشمندان مورد بحث، از سویی دیگر، در نخستین بخش پژوهش، تفکرات ریاضیدانان مسلمان در سده‌های آغازین اسلام بررسی شد. سپس بر پایه تفاوت‌ها و شباهت‌های یافت شده، رویکرد و گرایش کلّی اندیشمندان نامبرده در مورد مفهوم دانش هندسه آشکار گشت. یافته‌های تحقیق، بر پیوند میان حکمت (فلسفه دینی)، هندسه و معماری در تمدن اسلامی تأکید کرده است؛ به صورتی که، با سنجش آراء ریاضی‌دانان مسلمان در زمینه ماهیّت دانش هندسه و کاربرد آن در معماری، دو دیدگاه غالب تشخیص داده می‌شود. دیدگاه نخست، نقطه‌نظری است که این علم را به صورت ویژگی‌های شکلی و ابعادی فرم (کالبد) شناخته است؛ و عقیده دیگر هم، بنیان هندسه را حکمت نظری معرفی کرده و آن را به لحاظ قطعیّت درونی خود، به منزله راهبردی جهت سوق دادن فرد به جهان اعلی و نفس وجودی دانسته است. مغایرت عمده دو دیدگاه مذکور در شیوه اثر عقاید فلسفه اسلامی بر دانش هندسه است. با این وجود و علیرغم تفاوت ماهوی، دانش هندسه در هر دو گونه، شامل دو بخش نظری و عملی بوده و قواعد حاکم بر هندسه عملی (هندسه کاربردی در صناعات) همواره از قوانین نظری آن پیروی نموده است. پی آمد این امر، منجر به پیدایش رویکردی در معماری دوره اسلامی شد که هدف از آن تجلّی مفاهیم عمیق متناظر با اصول حکمت نظری در کالبد بنا بر مبنای نگرش معناگرایانه به دانش هندسه بود.

کلمات کلیدی: "ماهیّت هندسه"، "ریاضی‌دانان مسلمان"، "معماری اسلامی"، "هندسه نظری"، "حکمت".

۱. پژوهشگر دکتری معماری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اصفهان (خوراسگان)، اصفهان، ایمیل؛nabbasi@khuisf.ac.ir

۲. استادیار، گروه معماری، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی اصفهان، اصفهان، ایمیل؛mghasemi@khuisf.ac.ir

۳. استادیار، گروه مرمت بنا و احیاء بافت‌های تاریخی، دانشکده حفاظت و مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان،(نویسنده مسئول) ایمیل: n.valibeig@aui.ac.ir

۴. استادیار، گروه معماری، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران؛saedvandi@yahoo.com

** مقاله حاضر برگرفته از بخشی از رساله مقطع دکتری نوشین عباسی با عنوان «تحلیل ویژگی‌های هندسه‌ی نظری کالبد اجزاء ورودی ابنیه در محور تاریخی-فرهنگی، گردشگری اصفهان» به راهنمایی سرکار خانم دکتر مریم قاسمی سیچانی و جناب آقای دکتر نیما ولی‌بیگ و مشاوره جناب آقای دکتر مهدی سعدوندی در دانشگاه آزاد اسلامی واحد اصفهان (خوراسگان) است.

مقدمه

«هندسه»[1]و به تبع آن «تناسبات»[2] در رده‌بندی علوم، در دسته ریاضیات قرار گرفته و به عنوان دانش شناخت مقادیر پیوسته و نسبت‌ها شناخته می‌شود (پورنجف، ۱۳۹۳، ۲). کاربرد این علم در معماری، دلالت بر هویّت ثابتی دارد که مسبب ایجاد زیبایی بصری و نظم است. زیبایی که در معماری ایرانی، به توازن و تعادل اجزاء متناسب بنا اطلاق گشته است، می‌تواند بر رابطه هندسه و معماری صحّه گذارد (بزرگمهری، ۱۳۸۵، ۸). علاوه بر این، ضرورت محاسبات مرتبط با اندازه‌گیری، مسّاحی، ترازبندی، و نقشه‌برداری، شیوه پی‌ریزی روابط فضایی میان بخش‌های مختلف ساختمان و شهر و مواردی از این دست که بر پایه بنیان‌های نظری بنا نهاده شده‌اند و وجود الزامات خاص هندسی در طراحی بنا به گونه‌ای که دیگر افراد (صنف بنا)، امکان خوانش نقشه‌ها را داشته باشند نیز، ضرورت به کارگیری دانش هندسه در بنا و همکاری میان ریاضی‌دانان و معماران را آشکار می‌سازد (Taheri, 2017). به همین ترتیب، وجود نمونه‌های متعدّدی از پیوند میان دانش هندسه و طرح ابنیه و یا شهرها همچون: ترسیم نقشه شهر مدوّر بغداد (۱۴۱ هـق) به عنوان یکی از نخستین مثال‌ها (نیستانی، ۱۳۸۴، ۴۲؛ یعقوبی، ۱۳۴۷، ۱۱/۱۰) تا اساس هندسی طرح‌های ابنیه دوره تیموری (گلمبک و ویلبر، ۱۳۷۴)؛ بنیان نهادن رصدخانه‌ها، سازه‌های آبی، و همچنین سنّت ارزشمند طومارنگاری (سده ۹ ه/ت.ق) (نجیب اوغلو، ۱۳۸۹) نیز بر کاربرد علم هندسه در صناعت بنا (معماری)، تأکید می‌کنند. از این رو، ابرام پژوهش‌گران مختلف بر رابطه نزدیک میان علوم دقیقه (ریاضیات) و صناعت بنا (معماری) در عصر اسلامی، کارکرد و نقش ویژه دانش مذکور در ترکیب دیداری بنا از یک سو و روابط عملی دانش هندسه و معماری از سویی دیگر، معماری را به عنوان مهارتی دانش‌محور معرفی می‌کند که پیوند عمیق میان نظر و عمل را محقق می‌سازد (طاهری و ندیمی، ۱۳۹۳، ۵). امّا با وجود آن که پیوند اخیر، زمینه‌ساز تعاریف متعدّد و آراء گوناگون در خصوص مفهوم دانش هندسه در صنعت ساختمان‌سازی شده است؛ آگاهی پژوهش‌گران از اندیشه‌های مطروحه در این مورد بسیار اندک است. لذا با توجّه به هدف مقاله که واکاوی عقاید مدوّن ریاضی‌دانان مسلمان (سده ۲-۱۱ هـق) را با بهره از تعاریف و آراء مستند و مکتوب برای دستیابی به نظریه‌ای[3]گویای ماهیّت دانش هندسه در معماری مدنظر قرار داده است؛ این مطالعه، برای نخستین مرتبه می‌تواند تصویر مشخصی از محتوا و کاربرد دانش هندسه در معماری را ارائه دهد.

لازم به ذکر است با آنکه بنابر تعاریف، نظریه‌ها به لحاظ ماهیّت، عمدتاً دارای دو موضع مشخص هستند؛[4] آنچه که در حوزه معماری به عنوان نظریه معرفی شده، به طور دقیق در دو دسته اخیر مستقر نمی‌شود. چرا که نظریه معماری، از سنجش متون تاریخی و تعبیر و تفسیر آراء مختلف و مکتوب اندیشمندان حاصل شده و نتایج برآمده از بررسی و ارزش‌گذاری نسبی این باورها، منجر به استخراج نظریات هنجاری (شبه نظریه/ نظریه جدلی)[5] می‌گردد. لذا، بر این پایه و با باور آن که امکان دستیابی به نظریات مبیّن چیستی هندسه، از خلال آراء صاحب‌نظران نامی وجود دارد؛ مطالعه حاضر بر آن است تا با سنجش متون علمی در زمینه دانش

ریاضی دوره اسلامی، بـه شـناخت ماهیّـت دانـش هندسه پرداخته و کاربرد آن را در معماری اسـلامی تشخیص دهد.

پرسش‌های پژوهش

«ماهیّت دانش هندسه در صناعت بنـا (معمـاری) از دیـدگاه ریاضـی‌دانـان مسـلمان ایرانی(سـده ۲- ۱۱هـق) به چه صورت قابل تعریف است؟»

«به چه صورت از خلال تفاوت‌ها و تشـابهات آراء ریاضی‌دانان مورد بحث، پیوند میان دانش هندسه و معماری آشکار می‌گردد؟»

پیشینه پژوهش

مطالعات سودمندی در زمینه تاریخ علـم ریاضـی و رابطـه آن بـا معمـاری خصوصـاً در دوره اسـلامی صورت پذیرفته که به صورت کلّی مشـتمل بـر دو دیـدگاه‌انـد. دسـته‌ای کـه هرگونـه ارتبـاط میـان ریاضی‌دانان و کاربرد نظرات ایشان در علوم عملـی و به ویژه صنعت ساختمان را انکار نموده و اساسـاً نقشی کاربردی را برای علوم نظری در صنایع قائـل نیستند (Holod, 1988; Saliba, 1999)؛ و تحقیقات دیگری که بـر وجـود چنـین رابطـه‌ای میـان متـون ریاضی و هندسه نظری با ساختار ابنیه و شـهرهای اسلامی تأکید نموده‌اند و مثال‌هایی از این پیونـد را جهت صحّه نهادن بر ادعای خویش مطرح کرده‌اند (نجیـــــب اوغلـــــو، ۱۳۸۹؛ اوزدورال، ۱۳۸۰؛ منکوفسکایا، ۱۳۷۹ ;O¨zdural, 2017; Chorbachi, 1989; Булатов, 1978).

در زمینـه مطالعـه حاضـر نیـز تحقیقـات مشـابهی صورت گرفته که از آن جمله می‌توان به مطالعـاتی اشاره نمود که در آن با بهـره از متـون تـاریخی بـر کـاربرد علـوم ریاضـی در صـنایعی چـون: علـم مسّاحی، تقسیم اراضی، سـاختارهای آبـی و نجـوم صـحّه گـذارده شـده اسـت (Taheri, 2017؛ سعادتمند و رحیمی، ۱۳۹۵؛ طاهری، ۱۳۹۴؛ برگن، ۱۳۹۲ ؛ طـاهری (ج)،۱۳۹۰). از سـویی دیگـر، در جسـتارهای دیگـری نیـز شـرحی از خـدمات ریاضی‌دانان مسلمان ایران به علم ریاضی و هندسـه و روش‌های محاسباتی نوین و تشریح راهکارهایی در هندسه مسطحه با بهـره از متـون تـاریخی ذکـر شده و متفکران مسلمان را به عنوان پایه‌گزاران علم نوین ریاضیات کاربردی معرفی نمـوده‌انـد (قیـومی بیدهنـدی و مجتهـدزاده، ۱۳۹۷؛ محمودآبـادی و فتاحی، ۱۳۸۸؛ نیسـتانی، ۱۳۸۴؛ اوزدورال، ۱۳۸۰). با این وجود، این مقاله برای نخستین مرتبـه در پـی دستیابی به نظریه/نظریات مبتنی بر آراء ریاضی‌دانان مسلمان ایرانی دوره اسلامی است تا بـه واسـطه آن امکان درک مبانی نظری نهفته در معماری اسـلامی، در زمینه کاربرد دانش هندسه در صناعت معمـاری حاصل گردد.

روش پژوهش

تحقیق پیش‌روی که در قالب مطالعه‌ای بـا رویکـرد کیفی شکل گرفته، با روشی تفسـیری- تـاریخی در جهت پاسخ‌گویی به پرسش‌های طرح‌شده، از داده-انـدوزی بـه روش کتابخانـه‌ای بهـره بـرده اسـت. گردآوری داده‌ها بر اساس فرضیه مشخصـی نبـوده بلکه بر مبنای هدف، عقاید مرتبط با مبحث حاضر، مورد بررسی قـرار گرفتـه اسـت. بیشـینه داده‌هـای پژوهش، بـا مطالعـه کتـب و دانـش‌نامـه‌هـایی کـه زندگی‌نامه، آثار و افکار ریاضی‌دانان نامی ایرانی را نشر داده‌اند؛ حاصل شده اسـت. بـر اسـاس هـدف تحقیق، معیار ورود بـه حـوزه پـژوهش و گـزینش مراجـع، مقـالات علمـی پراسـتناد و کتـب معتبـر تاریخی کهن و تا حد امکان دست اوّلی بـوده، کـه مؤلفین آن‌ها در زمینه مـورد بررسـی، صـاحب‌نظـر

باشند. علاوه بر این، میزان ارتباط منبع با موضوع مدّنظر نیز، شاخص ویژه‌ای در انتخاب مراجع مورد استفاده بوده است. همچنین، بررسی تاریخی دیدگاه‌ها در این مطالعه بر پایه تعاریفی است که از خلال آثار ریاضی‌دان مسلمان ایران (سده۲-۱۱هـ‌ق)، تفکرات ایشان را در زمینه ماهیّت دانش هندسه و کاربرد آن در معماری را برملا می‌سازد. به این ترتیب محصول مقاله حاضر، تبیین نظامی مشخص در مورد چیستی دانش هندسه است که از یک‌سو، بر پایه شباهت‌ها و تفاوت‌هایی شکل می‌گیرد که به واسطه سنجش آراء ریاضی‌دانان مسلمان حاصل شده‌اند؛ و از سویی دیگر نیز، دسته‌بندی نظریات هنجاری در باب موضوع پژوهش را ممکن می‌سازد.

سیر تاریخی

نخستین اشارات منابع مکتوب در خصوص استفاده از دانش هندسه در معماری و شهر در جهان اسلام، در رسالات کهن فلسفی، اخلاقی و تاریخی مشاهده می‌شود (نجیب اوغلو، ۱۳۸۹؛ ریاضی‌کشه، ۱۳۵۸)؛ امّا، سرآغاز تألیفات تخصصی در مورد هندسه و کاربرد آن در معماری و هنرهای تزئینی، با ترجمه آثار تمدن‌های غیر عربی (سده‌های دوّم تا چهارم هجری‌قمری) همچون یونان[۶]، ایران، مصر و هند[۷] در زمینه ریاضیات و سایر علوم وابسته بوده است[۸](نیستانی، ۱۳۸۴، ۴۴ نقل از Souissi, 2017). بررسی متون اخیر، بر رابطه میان معماری و علوم دقیقه (ریاضیات) در دوره اسلامی تأکید نموده و تکوین منطقی اثبات قضایای هندسی را که با تدوین کتب و رسالات متعدّد حاصل شده را مرتبط با تبیین نقش هندسه در معماری دانسته است (افندی، ۱۳۸۹؛ رومی، ۱۳۸۷). استمرار این روند، آموزش هندسه را پایه تعلیم معماران معرفی کرده و معماران ماهر را با عنوان «مهندس» یاد کرده است (منکوفسکایا، ۱۳۷۹؛ نجیب اوغلو، ۱۳۸۹).

«دوره اسلامی» در تاریخ ریاضیات، قرن دوّم تا اواخر سده یازدهم هجری‌قمری را در بر می‌گیرد[۹] (قربانی، ۱۳۷۵، ۷ (دیباچه)). روند تکامل دانش هندسه در این زمان، مشتمل بر دو بخش بوده است. دوره نخست، «نهضت ترجمه» نام گرفت و در آن برهه زمانی، آثار متعدّدی در زمینه «نجوم»، «طب» و «ریاضیات» از یونان و هند به زبان عربی برگردانده شد (ایوز، ۱۳۷۹، ۲۲۹). این مکتوبات در زمینه دانش هندسه، شامل سه بخش بوده‌اند: نوشته‌های نظری؛[۱۰] رسالاتی در مورد کاربرد این دانش در علوم دیگر، مانند: «جبر»، «نجوم»، «استاتیک» و «نورشناسی»؛[۱۱] و مطالعاتی که در مورد «هندسه عملی»[۱۲] صورت گرفته بودند (نیستانی، ۱۳۸۴، ۴۴). در این زمان، کتب و اسناد هندسی مرتبط با مباحث و علوم ساخت و ساز (معماری)، علاوه بر مباحث شهرسازی- همچون مدارکی در زمینه ساختار مدوّر شهر بغداد در دست است (نیستانی، ۱۳۸۴، ۴۲؛ یعقوبی، ۱۳۴۷، ۱۱/۱۰)- در حوزه‌هایی چون: گاه‌شماری ابنیه (تعیین زمان مناسب آغاز بنا)، تعیین سمت قبله، مباحث حساب ابنیه (اندازه‌گیری و برآوردها)، مسّاحی، امور مرتبط با محتسبان (اهل حِسبَه)[۱۳] نیز داخل شده و بر نقش ریاضی‌دانان و پیوند ایشان با اصحاب معماری صحّه گزارده‌اند (بن اخوه، ۱۳۶۰). در این راستا می‌توان به «ثابت بن قُرّه» (۲۱۱-۲۸۸هـ‌ق) به عنوان یکی از مؤثرترین افراد در انتقال دانش به این سرزمین در عصر ترجمه، اشاره نمود. وی در زمینه فلسفه و علم ریاضیات صاحب‌نظر بود و در مواردی تلاش نموده بود تا

میان عقاید فلسفی و قواعد هندسی قرابتی را ایجاد نماید. از جمله این تلاش‌ها می‌توان به مسئله «هم‌پیرامونی»[۴]اشاره کرد که «ثابت» جهت اثبات آن، از شکل کندوی زنبور بهره گرفته بود (معصومی‌همدانی، ۱۳۸۷، ۷۴۴/۷۴۰). «خوارزمی» (متوفی ۲۳۲هـ‌ق) ملقب به «المجوسی»، نیز، از اوّلین دانشمندانی بود که در رابطه با دانش هندسه، مطالبی را ارائه کرد. کتب حساب و نجوم وی در زمره نخستین مطالعات در این زمینه به زبان عربی محسوب می‌شوند. «خوارزمی»، با درهم آمیختن سنن محاسباتی ایرانی، هندی و یونانی مکتبی را بنیان نهاد که بر پایه آن، مبدّع دانش جبر شناخته شد. کتاب «الجبر و المقابله» او، یکی از کهنترین رسالاتی بود که در آن از روش‌های جبری برای حل مسائل هندسی بهره برده شده بود (آقایانی چاوشی، ۱۳۹۱؛ قربانی، ۱۳۵۰، ۲؛ خوارزمی، ۱۹۶۸م.، ۵۷/۵۵). در نظر «خوارزمی»، هندسه واژه‌ای فارسی و معرّب «اندازه» بوده است (محقق، ۱۳۸۰، ۶۴ نقل از، خوارزمی ، ۱۸۹۵، ۲۰۲). در همین عصر، برادران «بنوموسی» (سده سوّم هجری‌قمری/ سده نهم میلادی) نیز در زمینه پیش برد دانش هندسه و علم مکانیک دست‌آوردهای غیر قابل انکاری داشتند. دقّت در پژوهش‌های آنان، تأثیر آثار «ارشمیدس» و برخی دیگر از ریاضی‌دانان یونان را آشکار می‌سازد؛ اگر چه به نسبت آن‌ها، «بنوموسی» تصور گسترده‌تری نسبت به اعداد داشتند. برادران بنوموسی با ابداع روش جدیدی برای تثلیث زاویه، محاسبه احجام و مساحت دایره، به دست آوردن نسبت محیط به قطر دایره (عدد π) و نحوه رسم بیضی با نخ به روشی متفاوت از یونانیان، شیوه نوینی را در دانش ریاضیات درانداختند. همچنین، با شرح مفاهیم طول، عرض و ارتفاع از یک سو و واحدهای سطح و حجم به وسیله مربع و مکعبی با اندازه ضلع واحد در مقدمه رساله «معرفه مساحه الاشکال البسطه و الکریه» (مساحه الاشکال) از سویی دیگر، مفهوم «اندازه» را وارد مباحث هندسی نمودند[۵](پایروندثابت، ۱۳۸۸، ۹۰/۸۷؛ معصومی همدانی، ۱۳۸۳، ۶۹۹/۶۹۸؛ فرشاد، ۱۳۶۶، ۵۵۹/۵۵۸). نویسنده، تاریخ‌نگار و دانشمند دیگر هم‌دوره برادران «بنوموسی»، «ابن‌قُتَیبه الدینوری» (۲۷۶-۲۱۳هـ‌ق) بود که مطالعه اشکال هندسی را برای اندازه‌گیری مساحت زمین‌ها لازم دانست. او معرفت بر هندسه را برای کاتبان دیوانی از آن جهت ارزشمند می‌شمرد که توسط آن بتوانند مثلّث قائم‌الزاویه، حادّه، منفرجه، اشکال مختلف چهارضلعی، قوس‌ها، اشکال مدوّر و خطوط عمودی را تشخیص دهند[۱۶] (طاهری (ج)، ۱۳۹۰، ۴۹). لذا به صورت کلّی، آنچه در ارتباط با کاربرد هندسه در امور مرتبط با معماری و شهرسازی از این عصر بر جای مانده است را می‌توان در تلاش‌هایی که در قالب نقشه‌نگاری اسلامی، ثبت مفاهیم جغرافیایی و به تصویر کشیدن جهان شناخته‌شده کهن (آسیا، اروپا و بخش‌شمالی آفریقا) بر جا مانده است، مشاهده نمود (گنجی و انوری، ۱۳۹۰). همچنین، نوآوری‌هایی که در تزئینات و پوشش فضا در آثار و ابنیه تاریخی آن زمان به وجود آمد را می‌توان به علّت پیروی از اصول زیبایی‌شناسانه ناشی از ترکیب هندسی اشکال دانست. چرایی این امر در نقش پررنگ ریاضی‌دانان در برگزاری مجالس گفت و شنود[۱۷]با هنرورزان معمار قابل جستجو است. ماحصل این حلقه‌ها، علاوه بر تبادل نظر میان دو گروه نام‌برده، موجب دستیابی اصحاب معماری به راهکارهایی عملی جهت تکوین امور

مرتبط با ساخت و ساز شد و بر کاربردی بودن و پیوند میان علوم تعلیمی (ریاضیات) و صناعت بنا (معماری) نیز تأکید کرد (اوزدورال، ۱۳۸۰، ۱۹۲).

در مرحله بعد و با گذر از نهضت ترجمه، «عصر خلاقیّت» آغاز می‌شود که به تقریب از قرن چهارم هجری‌قمری به بعد بوده است.[۱۸] در این زمان، دانشمندان ریاضی‌دان مسلمان با گذر از سلطه علوم یونانی به استفاده از روش‌های جدید در اثبات قضایای هندسی و تلفیق این دانش با سایر شاخه‌های علم نظیر: «اخترشناسی»، «نورشناسی» و «جبر» پرداختند. همچنین، مفهوم دانش هندسه و رابطه معماری با آن نیز به صور گوناگونی تبیین گشت که ماحصل آن، کاربرد قانون‌مند قواعد هندسی در ساخت ابنیه و سازه‌های گوناگون بود. از جمله این ابنیه، بنای رصدخانه‌های متعدّد[۱۹] بود که با یاری ریاضی‌دانان و با بهره از قواعد هندسی در سراسر ایران ساخته شد(ایوز، ۱۳۷۹، ۲۳۲).در سیر پیش‌برد علم در مرحله اخیر، «ابوالوفاءبوزجانی» (۳۸۸–۳۲۸هـ‌ق) ریاضی‌دان و اخترشناس خراسانی نقش قابل توجهی داشت. او تلاش نمود تا با تدوین رساله‌هایی ارزشمند در باب حساب و هندسه، علوم نظری را با زندگی روزمره پیوند دهد. در حقیقت، اهمیّت آثار وی مرهون نوآوری‌هایش در علم مثلّثات و هندسه بود. مطرح شدن مباحث بدیع و مبتکرانه علم هندسه کاربردی در «النجاره» (اعمال هندسی)، «بوزجانی» را مبدع دانش عملی هندسه در جهان اسلام معرفی نمود (آقایانی چاوشی، ۱۳۸۴، ۲۰). وی در این کتاب رهنمودهای هندسی روشمندی را با اشکال قابل لمس برای دست‌اندرکاران صناعت بنا (معماری) ارائه کرد. یکی از راهکارهای کاربردی وی، ابداع راه‌حلی نوین برای اثبات قضیه فیثاغورس بود. این روش، سرآغاز آفرینش طرح‌هایی بود که حالت قرینگی و تقارن دوّار آن‌ها، زیر نقش‌های نام‌برده را بدل به درون‌مایه‌ای آذینی و پویا می‌نمود که جلوه عینی آن‌ها در تزئینات ایوان غربی مسجد جامع عتیق اصفهان قابل مشاهده است (اوزدورال، ۱۳۸۰، ۱۹۹/۱۹۵). از طرفی دیگر، همان‌گونه که پیشتر ذکر شد، نقش ریاضی‌دانان در مباحث نقشه‌برداری و مسّاحی نیز بسیار اثربخش بوده است. در این راستا، می‌توان به رساله دیگری از «بوزجانی» با عنوان «فی معرفت الابعاد بین المساکن» اشاره نمود که با دو روش متفاوت، فاصله شهر بغداد را تا مکّه معظمه محاسبه کرده و روش اخیر را برای تعیین فواصل شهرها نیز تعمیم داده بود (آقایانی چاوشی، ۱۳۸۹، ۲۶/۲۵). همو در «مایحتاج الیه الصانع من علم الهندسه»، با شرح نحوه کاربرد وسایل مهندسی مثل پرگار و گونیا؛ ضوابط هندسی مفیدی را برای اهل فن و صنعت بیان کرد (ابوالوفاءالبوزجانی، ۱۳۸۹، ۵؛ قربانی، ۱۳۵۰، ۱۲۳). همچنین، بر مبنای مکتوبات برجای مانده از وی، «بوزجانی» دلیل خطاهای اهل صناعت در مسائل هندسی را برداشت سطحی آن‌ها از روش‌ها و برهان‌های ریاضی‌دانان دانسته و همین امر را به منزله دلیلی جهت همکاری ریاضی‌دانان و معماران در قرون ابتدایی اسلام معرفی می‌نمود (طاهری (ج)، ۱۳۹۰، ۵۵/۵۳).

ادامه این روند و همکاری میان این دو گروه، مسبب ایجاد رابطه مستحکمی میان علوم نظری و عملی و به ویژه عالمان علم‌الحِیَل گشت. این پیوند خصوصاً در ارتباط میان دانش هندسه عملی و معماری، منجر به تعریف واضحتری از چیستی علم هندسه شد. به صورتی که «بیرونی» (۳۶۲–۴۲۷هـ‌ق)، هندسه را آگاهی بر اندازه‌ها و

خواص صورت‌ها و اشکال اجسام معرفی کرد (بیرونی‌خوارزمی، ۱۳۵۲، ۳). او در «فی الراشیکات الهند» عدد را بی‌پایان دانست و توصیه نمود در استدلال‌های حسابی از تجزیه و تحلیل‌های هندسی استفاده شود. همچنین، استنباط وی از کاربرد دقایق هندسی در طبیعت در «استخراج‌الاوتار فی الدایره» و در کتاب «تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن » منجر به اثبات کروی بودن زمین و اندازه‌گیری قطر آن به شیوه هندسی گشت (شهریاری، ۱۳۹۲، ۱۴۴/۱۳۷؛ بیرونی‌خوارزمی، ۱۳۵۲، ۱۲۴). با این حال، «فخررازی» (۶۰۶-۵۴۳هـ‌ق)، بر خلاف «بیرونی» که هندسه را دانش مقادیر شناخته بود، این علم را مشتمل بر کمیّات متّصل می‌انگاشت (بیرونی‌خوارزمی، ۱۳۵۲، نه/نو (مقدمه)). به بیانی دیگر، هندسه از دید «رازی»، تقسیم کمیّت و اقسام چیزها و معرفت بر اشکال و زوایا بوده است (رازی، ۱۳۲۳هـ‌ق، ۵۵). از سویی دیگر، «سجزی» (۴۱۵-۳۳۰هـ‌ق) دیگر ریاضی‌دان و منجّم هم‌عصر «بیرونی»، تحقیقاتی را در زمینه تقاطع قطوع مخروطی انجام داد و مسئله تثلیث زاویه را با تقاطع دایره و هذلولی حل نمود، که آن را «هندسه ثابت» نامید. همچنین، «سجزی» در چهل و نه رساله خود در باب ریاضیات علمی و هندسه عملی، به مسائل فلسفی ریاضی نیز پرداخت. اشاره ویژه او به مفهوم فلسفی «بی‌نهایت» در رساله «کیفیه تصور الخطین اللذین یقربان و لایلتقیان باخراجها دائماً إلی ما لا نهایه» در این دسته قرار می‌گیرد (قربانی، ۱۳۵۰، ۲۶۰/۲۵۰). در این ارتباط،«ابن هیثم»(۴۳۰-۳۵۴هـ‌ق)، ریاضی‌دان، فیزیک‌دان و نورشناسی که محقّقان آراء او را مانند «دکارت» دانسته‌اند (شاردن، ۱۳۴۵، ۱۷۴۷)؛ هم با اعتقاد به جهان نامتناهی اقلیدسی[۲۱]«جایگاه» موجودات و اعمال ریاضی جهان واقعی را فیزیکی ندانست و آن را قوّه «خیال» یا «متخیّله» معرفی کرد؛ و حتّی شکل اجسام را نیز، فارغ از اندازه آن‌ها تصور می‌نمود (معصومی‌همدانی، ۱۳۹۲، ۱۴۸/۱۴۷). «کرجی» (متوفی ۴۸۹هـ‌ق) هم که به لحاظ علمی با «ابن هیثم» در یک مرتبه قرار داشت؛ در رساله «البدیع فی الحساب»، معرفت بر هندسه را برای فیلسوف و پزشک لازم دانست و پایه علم حساب را بالاتر، مصلحتش را فراگیرتر و فایده‌اش را بیشتر از سایر علوم معرفی کرد (الکرجی، ۱۹۶۴، ۷). وی در تأیید این عقیده، تلاش نمود تا اصولی را در زمینه صناعت بنا و علوم وابسته به صورت مکتوب ارائه دهد. از آن جمله، رساله‌ای در زمینه استخراج آب‌های پنهانی با عنوان «النباط المیاء الخفیه» بود که در زمینه روش‌های انتقال آب و ابزارهای متداول قرن چهارم هجری‌قمری نگاشت (کرجی، ۱۳۴۵).

با آن که متون تاریخی، حاکی از کاربرد فزاینده بخش عملی دانش هندسه در امور مرتبط با صناعت بنا بوده امّا وجه دیگری از این علم را نیز می‌توان از خلال تعاریف و آراء ریاضی‌دانان نامی این عصر دریافت که در حقیقت تعامل میان حکمت نظری و دانش اخیر است. در این راستا، با وجود آن که اندیشمندان متعدّدی بر رابطه میان هندسه و مفاهیم فلسفی تأکید نموده بودند و حتّی «کندی»[۲۲]پیوند عمیق میان فلسفه، هندسه و معماری در تمدن اسلامی را اثبات کرده بود؛ لیکن «فارابی» (۳۳۹-۲۵۹هـ‌ق) نخستین شخصی بود که به این ارتباط مشروعت بخشید. وی در «تحصیل السعاده»، اعداد و خطوط را مبتنی بر علم تعالیم[۲۳] (ریاضیات) دانسته و از آن به عنوان نوعی از اجناس و موجودات یاد می‌کند که درکش برای

انسان سهل است. «فارابی» در این رساله، نسبت میان فلسفه وسطی، صناعات عملی و زیبایی را بیان نمود. همچنین، در «احصاءالعلوم» که یکی از ارزشمندترین منابع تقسیم علوم در تمدن اسلامی به شمار می‌آید، دانش را مشتمل بر پنج بخش «زبان»، «منطق»، «علوم تعلیمی»، «علوم مدنی» و «علوم طبیعی» معرفی کرد. علم تعالیم یا ریاضیات در این رساله، شامل هفت قسم (عدد (حساب)، هندسه، علم مناظر (نور و بصر)، علم نجوم تعلیمی، علم موسیقی، علم اثقال (اوزان) و علم‌الحِیَل (مکانیک)[۲۴] شده و دارای دو شعبه نظری و عملی بود.[۲۵] از دیدگاه وی، دانش هندسه نظری مبحثی درباره خطوط و سطوح اجسام به صورت کلّی و مطلق بود و هندسه عملی، در واقع شیوه پیاده نمودن دانش حاصل از بخش نظری در سطوح زندگی همچون: بنّایی، نجّاری، آهنگری، مسّاحی و کشاورزی بود (بلخاری قهی، ۱۳۹۵، ۸۱/۷۹؛ رحیمی، ۱۳۹۰، ۹۳؛ فارابی، ۱۹۳۱، ۳۶/۳۷؛ فرشاد، ۱۳۶۵، ۱۱۵). از سویی دیگر و با نگاهی دقیقتر به شیوه تقسیم‌بندی علوم در رساله اخیر، مشخص می‌شود که «حِیَل» در این رساله شامل دو شعبه «عددی» و «هندسی» بود که «حِیَل هندسی» با زیر بخش‌هایی چون: «صناعت ریاست بنا»، «تعیین مساحت» و ...، بر علم ساختمان و معماری دلالت داشت (فارابی، ۱۹۳۱، ۵۰). همچنین او در کتاب «الحیل الروحانیه و الاسرار الطبیعیه فی دقایق الاشکال الهندسه» در مورد دانش هندسه، برای نخستین بار در تاریخ ریاضیات و به صورتی منظّم مسائل مرتبط با امور ساختمان‌های هندسی را طرح نمود و شیوه رسم اشکال را با پرگار شرح داد. همو در رساله‌ای دیگر نیز، بنیان یادگیری هندسه و حساب را دو روش تجزیه و ترکیب[۲۶] معرفی کرد.

نکته قابل توجّه در بررسی‌های «فارابی» در زمینه علوم تعلیمی، کاربرد نادر داده‌های عددی است، چرا که تلاش وی بر استفاده از شروط هندسی بوده است (شهریاری، ۱۳۸۰، ۳۶۱/۳۵۸).

«ابن سینا» (۴۲۷-۳۶۳هـ‌ق)، معنای عام علم را فلسفه می‌دانست. وی نیز مانند «فارابی»، علم یا همان حکمت نظری را به سه بخش علم طبیعی (علم اسفل)، علم ریاضی (علم اوسط) و علم الهی (علم اعلی) تقسیم نمود. تصور او در مورد دانش ریاضی مانند «ابن‌هیثم» بود. «ابن‌سینا» این علم را به اموری تشبیه می‌کرد که اگر چه در وجود (تجسم خارجی) متعلق به حرکت و مادّه‌اند، امّا تصور و تعریف آن‌ها می‌تواند بدون مادیّت باشد (ماحوزی، ۱۳۹۲، ۴۰؛ کدیور، ۱۳۸۷، ۵۱). «ابن سینا» در «رساله اقسام الحکمه»، ریاضیات را به عنوان یکی از شاخه‌های حکمت نظری، به چهار بخش اصلی و یازده بخش فرعی قسمت کرد.[۲۷] بر این اساس این گونه استنتاج می‌شود که توجه «ابن سینا» به ریاضیات از جنبه فلسفی بوده است. وی در فَنِ اوّل از ریاضیات کتاب «شفا» (اصول الهندسه)، اصول هندسه اقلیدسی را خلاصه و مطالبی را به آن اضافه نمود. همچنین، در فَنِ دوّم همین کتاب (اَرثَماطیقی)، نیز با چهار مقاله در مورد حساب نظری، نکاتی را خاطر نشان کرد؛ که از آن جمله، می‌توان به دسته‌بندی حکمت نظری در سه شعبه[۲۸] و قرار دادن هندسه و ریاضیات در زمره علوم تعلیمی اشاره نمود. در حقیقت دانش هندسه از نظر او، معرفت به احوال جسم (دانش شناخت وضعیت خطوط، اشکال، سطوح و نسبت‌ها) از حیث شکل و عدد بود (قربانی، ۱۳۷۵، ۳۳/۲۹). علاوه بر این، «ابن سینا» مقادیر ذهنی مجرّد از مادّه را هندسه دانسته و آنچه که در ذهن مأخوذ از مادّه است را

«هیأت» می‌نامد. وی، عدد که مجرّد از مادّه است را نیز حساب دانسته است (محقق، ۱۳۸۰، ۶۰).

تأثیر کتب «فارابی» علاوه بر «ابن سینا»، بر دانشمندان و ریاضی‌دانان متأخری چون «اخوان‌الصفا» و «عامری» هم از شیوه طبقه‌بندی مشابه‌شان در علوم و به ویژه دانش ریاضی مشهود است (نجیب اوغلو، ۱۳۸۹، ۱۸۱). «عامری» (۳۸۱–۳۰۰هـق)، با رجوع و استناد به آیات شریفه قرآن، علم حساب را به عنوان یکی از بخش‌های صناعت ریاضی، معرفی کرد. تأکید مشخص «عامری» بر نقش هندسه در صناعات و به ویژه معماری، در افزودن علم‌الحیل به چهار گونه فلسفه وسطی (حساب، هندسه، نجوم و موسیقی) و رابطه میان علوم عملی و نظری قابل تشخیص است. او در «الاعلام بمناقب الاسلام»، مقام هندسه را پس از علم حساب دانست (بلخاری قهی، ۱۳۹۵، ۸۷/۸۶)؛ ولی با این حال برای دانش هندسه، دامنه‌ای گسترده‌تر از علم حساب متصور شد و آن را رشته‌ای عملی با کاربردهای متعدّد معرفی نمود. وی بر کاربرد دانش هندسه در ساخت آلات نجوم (گوی، اسطرلاب، ساعت آفتابی و ...) و همچنین به کارگیری آن در فنونی چون، معماری، نجّاری، حجاری و زرگری نیز، تأکید کرده بود. «عامری» در مبحث علم‌الحِیَل، آن را مهارتی مشترک بین دانش ریاضی (هندسه) و طبیعی معرفی کرده که به کمک آن استخراج آب، پل‌سازی، جاده‌سازی میسر شده است (نجیب اوغلو، ۱۳۸۹، ۱۸۱).

بررسی‌های جامع‌تر در رابطه میان علوم نظری و عملی در مکتوبات و رساله‌های «اخوان الصفا» (سده چهارم هجری‌قمری) صورت گرفته است. آنان این نسبت را به «حکمت» و «صناعت» تعبیر نموده‌اند. علم در رسائل ایشان شامل سه دسته، «علوم ریاضیه یا اوّلیه»، «علوم شرعی وضعی» و «علوم فلسفی حقیقی» بود و دانش هندسه در تقسیم بندی «اخوان»، در رده علوم فلسفی جای می‌گرفت (فرشاد، ۱۳۶۵، ۱۱۸). بر این اساس، «اخوان» که به پیروی از «فیثاغورسیان»، برای اعداد و اشکال جنبه رمزی و مابعدالطبیعی قائل شده بودند؛ بنیان تمامی صناعات از جمله دانش هندسه را راهی برای شناخت نفس معرفی کردند (قربانی، ۱۳۷۵، ۱۲۶). از دیدگاه آن‌ها هندسه، عقلی هدایت‌گر است که گذار از عالم محسوس به عالم معقول (بنیان تمامی علوم و حکمت) را ممکن می‌سازد. «اخوان» در رساله دوّم‌شان در مبحث ریاضی، از یک سو، دانش هندسه را به دو مقوله «هندسه محسوس» (عملی: مدخلی بر صناعت و آفرینش علمی) و «هندسه معقول» (نظری: مقوّم فکر و آفریننده علم) تقسیم کردند (اخوان الصفا، ۱۳۷۶هـق/۱۹۵۷م.، ۸۰/۷۹). از سویی دیگر هم، اندیشیدن در باب هندسه محسوس را عاملی برای رسیدن به مهارت در تمامی صناعات عملی دانستند. آن‌ها تأمل در هندسه معقول را عاملی جهت دستیابی به مهارت در صناعات علمی معرفی نمودند (بلخاری قهی، ۱۳۹۵، ۸۹). آن‌ها در «الرساله الثامنه فی الصنائع العلمیه و الغرض منها»، از «صناعت بنا» در زمره «صناعات عملی»، ضروری، بنیادی و خادم نام برده و آن را از فروع علوم ریاضی به شمار آورده‌اند (اخوان الصفا، ۱۴۰۵، ۲۸۵/۲۸۲). همچنین، از کاربرد علم مسّاحی به عنوان یکی از زیر شاخه‌های دانش هندسه در اموری چون: خاک‌برداری (حفائر)، جوی و نهرسازی (حفر الانهار و الابار) و بنیاد نمودن خانه‌ها و بناها (الاساسات للدیار و البنیان) ذکر نموده‌اند (قیومی بیدهندی و مجتهدزاده، ۱۳۹۷،

۴۳). هم راستا با آراء پیشینیان، «خیام» (۵۱۷-۴۳۹هـق)، نیز معتقد به تبیین مبادی و حدود ریاضیات و هندسه به وسیله فیلسوف بوده است. او آسانترین بخش حکمت را دانش ریاضی و هندسه دانسته و در مقدمه «شرح ما اشکل من المصادرات اقلیدس» به آن اشاره کرده است(شهریاری،۱۳۸۱، ۱۴۴). در زمینه روابط ریاضی‌دانان و حوزه معماری، رساله‌ای بی‌عنوان از او باقی‌مانده [۲۹]که نشانگر اشتغال و آشنایی وی با هنرهای تزئینی و مسائل مرتبط با امور صناعت بنا بوده است. آنچه در تحریر رساله نام‌برده بسیار مورد توجّه قرار گرفته، وضع و توضیح مسائل کاربردی برای صنف معمار است (اوزدورال، ۱۳۸۰، ۲۰۸/۲۰۹). علاوه بر این، برخی از محققان بر این باوراند که «خیام»، در ساخت و طرح‌ریزی گنبد شمالی مسجد جامع اصفهان (گنبد تاج‌الملک (۴۸۱هـق))، نیز نقش داشته است (گرابار، ۱۳۸۸). لذا، با توجّه به مکتوبات وی می‌توان دریافت که «خیام»، هندسه را اصل ریاضیات می‌شمرد و عناصر سازنده علوم ریاضی و هندسه را «موضوع»، «مبادی» و «مسائل»[۳۰]می‌دانست که در صناعات نقش بسزایی را ایفاء می‌نمودند. لازم به ذکر است، مشابه این نظر «خیام» را پیشتر «ارسطو» (۳۲۲-۳۸۴ق.م) در کتاب «ماءبعدالطبیعه» خود نیز، اظهار کرده بود (آقایانی چاوشی، ۱۳۸۰، ۱۵۱/۱۵۰). با پیروی از عقاید «خیام»، «طوسی» (۵۹۷-۵۱۱هـق)، نیز منطق و ریاضی را اموری پیوسته به یکدیگر دانست که منجر به پایه‌گذاری «اصل علیّت» به مفهوم علمی آن شد. او با بررسی چهارضلعی ذوقائمتین که منتج از اصل پنجم اقلیدس است؛ به تألیف «الرساله الشافیه عن الشک فی الخطوط المتوازیه» همت گماشت که در سده‌های بعد، منجر به پایه‌گذاری «هندسه نااقلیدسی» شد که اصول آن کاربرد فراوانی در ساختار تزئینات معماری دارد (آقایانی چاوشی، ۱۳۸۱، ۲۴؛ آقایانی چاوشی، ۱۳۵۱، ۳۷۶). همو در «تحریر اقلیدس»، مبادرت به شرح ترسیماتی نمود که در آن با دوران مربعی محاط در دایره، می‌تواند به عنوان زیر طرحی جهت گوشه‌سازی‌ها در صناعت بنا مورد استفاده قرار گیرد (طوسی، ۱۸۲۴، ۱۷۸/۱۷۲). «اسفرازی» (۴۳۷- متوفی ۵۰۶هـق یا ۵۱۵هـق)، منجّم، ریاضی‌دان و طبیعی‌دان دیگر هم‌عصر «خیام»، در رساله «برهان علی جمع المربعات المتوالیه» تلاش نمود تا به روش هندسی، معادلات ریاضی را پاسخ دهد (عرشی، ۱۳۸۹). «بیهقی» (۵۶۵-۴۹۳هـق)، از وی نقل کرده که مبنا و اساس معماری، علم هندسه است و معمار و آجرچین ملزم به پیروی از اصول این دانش هستند (Rosental, 1970, 7 /188). ادامه این روند در دیدگاه «ابن‌خلدون» (۸۰۸-۷۳۲ هـق) دیده می‌شود. وی کسب دانش هندسه را برای معماران و صنعت‌گران جهت مسائل عملی و نظری چون، برابر کردن دیوارها به لحاظ وزن، تعیین ارتفاع مناسب زمین برای جاری شدن آب و رموز جراثقال ضروری می‌دانست (ابن‌خلدون، ۱۳۳۷، ۸۲۳/۸۲۲). او، هندسه را مشتمل بر فروعی مانند هندسه کروی و مخروطات؛ مسّاحی و علم مناظر معرفی کرد و آن را نیازمند استدلال به معنای خرد دانست (ابن‌خلدون، ۱۳۳۷، ۱۰۲۷/۱۰۲۳). «ابنخلدون» دانش مذکور را در زمره علوم تعلیمی محسوب کرده و آن را اندیشیدن در مقادیر مطلق، منفصل از جهت معدود بودن آن‌ها و یا متصل معرفی نمود؛ به صورتی که شئ یا دارای یک بُعد (خط) است؛ یا دارای دو بُعد (سطح)، یا سه بُعد دارد که جسم تعلیمی هندسی است (بن‌خلدون،

۱۳۳۷، ۱۰۰۸)«کاشانی» (۸۳۲-۷۹۰هـ‌ق)ریاضی‌دان بنام دوره تیموری هم، آثار ارزشمندی را در زمینه ریاضیات و نجوم تدوین نمود. وی در مقدمه «مفتاح الحساب»، حساب را به عنوان علم یافتن مجهول‌های عددی از روی مفروضات متناظر با آن‌ها تعریف کرد (یوشکه‌ویچ، روزنفلد و شهریاری، ۱۳۵۸، ۱۵). «کاشانی» در مبحث هندسه در همین رساله، پس از ذکر مساحت اشکال مختلف هندسی و موارد استفاده آن‌ها، بخشی را نیز به محاسبه مساحت عمارات و ابنیه اختصاص داده است (قربانی، ۱۳۶۸). او به طور خاص، به کاربرد گونه‌های مختلف اشکال هندسی در صناعات و معماری توجه داشته است. «کاشانی» با بهره‌گیری از فرم اجزاء ساختمانی، اقدام به تجزیه آن‌ها به اشکال هندسی کرده و با تدوین یک دستگاه منظم اجزاء را به طور دقیق تعریف نموده و سپس به طبقه‌بندی، کاربرد، روش ترسیم هندسی و مراحل اجرای آن‌ها همت گماشت؛ که گمان می‌رود هدف وی، از ایجاد چنین سازمانی، معرفی ساختار نظری فرم اجزاء در معماری بوده است (طاهری (ب)، ۱۳۹۰، ۱۲۳). ماحصل تلاش «کاشانی»، در معماری تیموری مشهود است؛ به نحوی که کاربرد هندسه در ابنیه این عصر، تنها وسیله‌ای برای حصول به هدف نیست بلکه خود آن است. در واقع، هندسه در معماری تیموری نه تنها در تناسبات فضایی طرح، هندسه سه‌بعدی و سطوح تزئینی دو بعدی پدیدار شد؛ بلکه، به عنوان یکی از اصول زیبایی شناختی بنا نیز به شمار می‌رفت. نمونه‌های ارزشمندی از کاربرد هندسه و روش‌های ترسیمی منتج از رسالات و مکتوبات ریاضی‌دانان عصر تیموری به ویژه «کاشانی» بر جای مانده است؛ که از جمله می‌توان به آرامگاه احمد یسوی، مجموعه شاه زند و مسجد جامع تیمور در سمرقند و همچنین، آرامگاه زین‌الدین در تایباد اشاره نمود (گلمبک و ویلبر، ۱۳۷۴، ۲۳۹/۱۹۳). پس از عصر تیموری و در دوره صفوی، پیشرفت‌های بی‌نظیری در زمینه معماری و دیگر علوم به واسطه استفاده از آراء دانشمندان و حکما پدید آمد. در اسناد و مکتوبات از این دوره، به نقش ریاضی‌دانان و مهندسان در ساختار کالبدی و استخوان‌بندی شهر مانند مجموعه معظم نقش‌جهان اصفهان و همچنین در سازمان ابنیه شاخص همچون مسجد جامع عبّاسی و یا مسجد شیخ لطف‌الله در مجموعه نام-برده (نقش‌جهان)، اشاره شده است (ترکمان، ۱۳۵۰، ۸۳۱/۸۳۰). «شیخ بهایی» (۱۰۳۰-۹۵۳هـ‌ق) از علمای شهیر این عصر که مهارت وی در ریاضی، معماری و مهندسی مثال زدنی است؛ علم ریاضی را جزء حکمت نظری دانسته و آن را شامل چهار قسم «حساب»، «هندسه»، «هیأت» و «موسیقی» معرفی کرده است. وی موضوع علم حساب را عدد شناخته که در مادّه محقق شده است (شیخ بهایی، ۱۳۷۱، ۱۰/۷). با آنکه مهارت «شیخ» در دانش نظری هندسه و علوم ریاضی بود امّا دغدغه اصلی وی، ارائه شیوه عملی کاربرد ریاضیات برای رفع نیازهای عملی و روزمره بود که در سه رساله «خلاصه الحساب»، «رساله فی تحقیق جهه القبله» و «اسطرلاب» به فارسی و عربی شرح داده است. او در باب هفتم رساله «خلاصه الحساب»، چگونگی کاربرد دانش ریاضی در معماری و صناعات وابسته به آن را همچون: به دست آوردن تراز زمین و عمق چاه‌ها در حفر قنوات و کاریزها، محاسبه و شیوه تخمین ارتفاع بلندی‌هایی چون: رئوس مناره‌ها، گنبدها و دیوار قلاع، بررسی سایه‌اندازی و اشراف ابنیه بر یکدیگر،

محاسبه عرض رودها با اسطرلاب جهت طرح و ساخت پل‌ها و عناصری مانند سدها و آب‌بندها را برای مسّاحان و صانعان بنا بیان نمود. با آن که آثار و فعالیّت‌های منسوب به شیخ در زمینه صناعات مرتبط با بنا، بسیار زیاد است، امّا برخی در آنچه که به «شیخ» از توانایی او در دانش معماری و شهر منسوب شده، تشکیک نموده‌اند.[۳۱] با این حال و با توجّه به مکتوبات وی، می‌توان بر فعالیّت‌هایی نظیر تعیین جهت قبله، ساخت شاخص ساعت آفتابی، طراحی مسیر قنوات، تقسیم آب و ...، که بر عهده محاسبان و ریاضی‌دانان بوده است، توسط وی صحّه گذاشت (طاهری (الف)، ۱۳۹۰، ۱۱/۸/۶). به طور کلی، گذر از عصر ترجمه و ظهور تألیفات تازه در دانش ریاضیات و اقسام آن مانند هندسه، مؤید تلفیق علوم نظری و صناعات عملی با یکدیگر، پس از سده چهارم هجری‌قمری شد. نگارش رساله‌های متعدّد در باب دانش هندسه و کاربرد آن در صناعات خصوصاً امور معماری و ساختمان سبب رواج این دانش در ممالک اسلامی گردید. همچنین، تبیین رابطه میان هندسه و جبر در استفاده از قالب هندسی برای حل معادلات جبری از دست‌آوردهای ارزشمند دانشمندان این دوره بود که بر اساس آن، کاربرد هندسه در علم معماری پیرو قواعد نظری گشت. از سویی دیگر، رابطه متقابل میان حساب، هندسه، نجوم و موسیقی به عنوان شعبات دانش ریاضی، تأثیر ویژه‌ای بر مفاهیم زیبایی‌شناختی و نظام هندسی حاکم در معماری داشت؛ به نحوی که شیوه‌های کاربردی ترسیم، تقسیم و تکثیر ساده‌ای که به اتکاء دایره‌ای با شعاع ثابت حاصل شدند[۳۲] استفاده از زیج‌ها[۳۳] و دیگر ابزار ترسیم دوبعدی، توانستند در طرح کالبدی ابنیه و در تزئینات آن به عنوان بخش عملی معماری و علم‌الحِیَل مؤثر باشند. همچنین، ماحصل تلاشی که در این زمان جهت تلفیق عقاید فلسفه اسلامی و قواعد هندسی به ویژه در صنعت ساخت و ساز شد؛ پی ریزی مضامین حکمت نظری را در پس اشکال هندسی ممکن کرد.

دسته‌بندی آراء (جمع‌بندی)

بررسی متون و مکتوبات، «فلسفه» را دارای جنبه استدلالی و تحقیق در خصوص ماهیّت اشیاء و خارج از عقاید دینی و مذهبی معرفی می‌نماید؛ ولی «حکمت»، با توجه به این عقاید و در چهارچوب آن شکل گرفته است. همچنین، حکمت از یک سو، همانند سایر علوم بر دو جنبه «نظری» و «عملی» دلالت دارد و از سویی دیگر در زمره علوم حقیقی است که با تغییر ادیان، حاکمان و ملّت‌ها تغییر نمی‌کند(محمدی ملایری، ۱۳۸۵، ۲۷۲/۲۷۱). بر این اساس و با توّجه به اکثر دیدگاه‌های طرح شده، دانش ریاضی و به تبع آن هندسه، در دسته حکمت نظری قرار گرفته و یکی از اقسام سه گانه[۳۴] آن محسوب می‌شود. معماری نیز به عنوان صناعتی با ابعاد مختلف علمی، عملی، عقلی و حسی دانسته شده و مشتمل بر علوم بسیار و تابع قواعد معیّن است. لذا، تأکید بر کاربرد هندسه بر مبنای آموزه‌های حکمی در معماری، بر رابطه میان معنا، قوانین و نظم خلقت صحّه می‌گذارد. پس با توجّه به پیوند میان حکمت (فلسفه دینی)، هندسه و معماری در تمدن اسلامی، دسته‌بندی آراء در این مطالعه بر پایه تعاریفی از دانش «هندسه» است که به آن از بُعد نظری و زیبایی‌شناسی پرداخته است. در این شیوه، هندسه دارای دو وجه است. شاخه نخست، «هندسه کمّی» یا «پیکرگرایانه» است که در تمامی فرهنگ‌ها و

جوامع یکسان بوده و بر پایه «اصول موضوعه» و قواعد ریاضی بنیان نهاده شده است. این گونه، به تقلید از عناصر و اجزای طبیعت و فارغ از نیازهای معنوی انسان، شکل گرفته است و می‌تواند «خود بنیاد» معرفی گردد. وجه دیگر دانش هندسه، قسمت «کیفی» آن است. این گونه، «هندسه عقلانی» یا «مفهوم‌گرا» نامیده شود و بر پایه نگرش نمادین به هستی قرار دارد. هندسه مفهوم‌گرا که با توجه به ابزار ادراک انسان، شیوه‌های ادراکی او و نفوس چهارگانه انسان بنیان نهاده شده است و به عنوان «هندسه انسانی» شناخته می‌شود (نقره کار ۱۳۹۳, ۶۳/۵۷). بر این مبنا، با سنجش آراء ریاضی‌دانان مسلمان در زمینه ماهیّت دانش هندسه و کاربرد آن در معماری، دو دیدگاه غالب تشخیص داده می‌شود. جنبه نخست آراء، وجه ادراکی دانش هندسه مدنظر قرار داده و آن را مبتنی بر علم‌الاعداد دانسته است. در این قسم، «هندسه» دارای ماهیّتی نمادین و هویّتی الوهی و مقدس است. بر پایه این اندیشه، «عدد» منشاء معدود داشته و مستقل محسوب می‌شود و «صور هندسی» زاده اعداد هستند. که با توجّه به تعاریف، بخش اخیر به عنوان «هندسه معناگرا» معرفی می‌شود.

دیدگاه دیگر، علم هندسه را از جنبه ساختاری معرفی نموده و آن را فارغ از مفاهیم ادراکی مشخص در نظرگرفته است. در آراء این چنینی، کاربرد هندسه در ساختار بنا – چه در تزئینات و چه در ویژگی‌های کالبدی[۳۵]آن– امری است که صرفاً برای سازمان‌دهی به عناصر سازنده ساختمان کاربرد دارد[۳۶] فارغ از هر گونه معنا یا مضامین حکمت نظری است. در این مطالعه، این دسته از دیدگاه‌ها به عنوان «هندسه پیکرگرا» شناخته می‌شوند (جدول ۱).

جدول ۱ – اندیشه ریاضی‌دانان مسلمان با دیدگاه هندسه معناگرا و پیکرگرا

ماهیّت دانش هندسه از دیدگاه ریاضی‌دانان مسلمان (سده دوّم تا یازدهم هجری قمری)				
	دیدگاه مفهوم‌گرایانه دانش هندسه		دیدگاه پیکرگرایانه دانش هندسه	
ردیف	نظریه‌پردازان	نظریه	نظریه‌پردازان	نظریه
۱	ثابت بن قُرّه فارابی عامری اخوان-الصفا سجزی ابن هیثم کرجی ابن سینا خیام طوسی ابن-خلدون شیخ-بهایی	دانش هندسه علمی تعلیمی و یکی از بخش‌های حکمت نظری بوده که مشتمل بر مقادیر ذهنی مجرّد از مادّه و بر دو قسم نظری و عملی است. بنیان هندسه نظری، فلسفه اسلامی (حکمت) بوده و فلسفه وسطی پدیدآور هندسه عملی است.	خوارزمی بنوموسی ابن‌قُتَیبه-الدینوری ابوالوفاء بوزجانی بیرونی اسفرازی فخر رازی کاشانی	دانش هندسه، مشتمل بر کمیّات متّصل برای شناخت خصوصیات شکل بوده و بر دو قسم نظری و عملی است. همچنین، ویژگی‌های دانش عملی هندسه، با تسلط به دانش نظری آن حاصل می‌شود.
۲	تفاوت			هندسه در دیدگاه معناگرا، مشتمل بر مقادیر ذهنی و فارغ از مادّه است، در حالی‌که در نگرش پیکرگرا این علم بر شناخت ویژگی‌های اشکال دلالت دارد. نظریه‌پردازان معناگرا، عقاید فلسفه اسلامی (حکمت) را به صورت مستقیم مؤثر بر علم هندسه دانسته‌اند و دانش اخیر را به عنوان یکی از اقسام حکمت وسطی محسوب می‌نمایند. با این وجود، رابطه مشخصی میان حکمت، فلسفه و یا منطق در اندیشه پیکرگرایان تبیین نشده است. معناگرایان، آشنایی با دانش هندسه را برای فیلسوفان امری ضروری معرفی نموده‌اند؛ و تبیین مبادی و حدود این دانش را نیز در حیطه وظایف فلاسفه آورده‌اند. امّا، سنجش نظریات ریاضی‌دانان پیکرگرا، ارتباط مشخصی را در این زمینه بیان نمی‌نماید.
۳	شباهت			دانش هندسه بر دو قسم هندسه نظری و هندسه عملی است. بخش عملی علم هندسه پیرو قوانین و اصول حاکم بر قسمت نظری این دانش است. دانش هندسه فارغ از نوع نگرش به آن، بر مقادیر متصل دلالت داشته که از این نظر بر علم حساب مقدم است. در هر دو دیدگاه، علم هندسه یکی از اقسام چهارگانه دانش ریاضیات معرفی شده است.

(تهیه و تنظیم جدول، نگارندگان)

بحث، نتیجه‌گیری

در جهان‌بینی اسلام، توّجه به مفاهیم و باطن پدیده‌های عالم، در شکل‌گیری و پیشبرد علوم نقش بسزایی داشته است. بر این پایه، دانش ریاضیات و به تبع آن هندسه، به عنوان رشته‌ای از معرفت بشری شناخته شده که در آن، حقیقت مطلق معنا می‌یابد. در این دیدگاه، مفاهیم ریاضی، والاترین اسباب پیوند انسان با جهان معرفی می‌گردد. بنابراین، هندسه به عنوان بخشی از علم ریاضی، به مثابه سرمشقی است که بر اساس آن تفکر تجریدی و حکمت اسلامی، سرشت هنر و صنایع محسوب می‌شود. لذا، رویکرد مشخصی که در رابطه میان هندسه و صناعاتی چون معماری وجود دارد می‌تواند به عنوان رمزی برای بیان و تجلّی اسماء و صفات حق تعالی تبیین گردد. بررسی متون و آراء ریاضی‌دانان مسلمان، دو دیدگاه مجزا را در روند تفکر ایشان معرفی می‌کند. دیدگاه نخست، نقطه نظری است که دانش هندسه را واجد ویژگی‌های شکلی و ابعادی صورت و فرم تعریف نموده و دیگری، عقیده‌ای است که حکمت اسلامی را بنیان هندسه دانسته و صور هندسی را صورت مثالی اجسام می‌شناسد؛ به نحوی که در این دیدگاه ریاضی‌دانان مسلمان، علم هندسه را به عنوان موضوعی کمّی و محض دنبال نکرده و دانش اخیر را به لحاظ قطعیّت درونی خود، به منزله راهبردی جهت سوق دادن فرد به جهان اعلی و نفس وجودی دانسته‌اند. مغایرت عمده دو دیدگاه مذکور در شیوه اثر عقاید فلسفه اسلامی (حکمت) بر علم هندسه است؛ به صورتی که نظریات پیکرگرا، منطبق بر جنبه مادّی و جسمانی این دانش بوده ولی در آراء اندیشمندان معناگرا، رابطه میان حکمت نظری و هندسه امری ناگسستنی بوده و هندسه شامل مقادیر ذهنی و فارغ از مادّه است. با این وجود و علی‌رغم تفاوت ماهوی، در هر دو دیدگاه دانش هندسه شامل دو بخش نظری و عملی بوده و قواعد حاکم بر هندسه عملی همواره از اصول نظری آن پیروی می‌نماید. پی‌آمد این امر، ارتباط تنگاتنگی بود که میان ریاضی‌دانان و معماران خصوصاً در قرون اوّلیه اسلامی وجود داشت. همکاری ناگزیر معماران با ریاضی‌دانان در راستای بهره از دانش ایشان در زمینه فنون هندسه عملی و علم‌الحِیَل در راستای اهداف بخش پیکرگرایانه دانش هندسه، منجر به پیدایش رویکردی در معماری در دوران اسلامی شد که هدف از آن تجلّی مفاهیم عمیق متناظر با فرهنگ اسلامی در کالبد بنا بر مبنای نگرش معناگرایانه به دانش هندسه بود.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از استادان بزرگوار سرکار خانم دکتر مریم قاسمی‌سیچانی، جناب آقای دکتر نیما ولی-بیگ و جناب آقای دکتر مهدی سعدوندی به واسطه حمایت‌های بی‌دریغ و راهنمایی‌های ارزنده قدردانی می‌شود.

پی‌نوشت

[1] Geometry
[2] Proportion
[3] Theory
[۴] بخش نخست، تلاش‌هایی هستند که در راستای شناخت و کشف قوانین طبیعی بر پایه آزمون و تحقیق حاصل شده‌اند. این نوع نگرش، نظریه‌هایی مبتنی بر تجربه، استنتاج و استقراء را پدید می‌آورد (انصاری، ۱۳۸۹: ۲۱ نقل از: ایرانمنش، ۱۳۸۴). روش دیگر، نظریه را با نگاهی فلسفی و مبتنی بر

برهان تعریف می‌نماید. در این شیوه، سلسله‌ای از مباحث عقلی و نظری با استفاده از قیاس، برهان و استدلال بر اساس دیدگاه‌های فلسفی و خردگرایانه، تنظیم گشته که سلسله‌مراتبی از مفاهیم را برای درک موضوع ارائه می‌کند (انصاری ۱۳۸۹: ۲۱ نقل از: قیومی بیدهندی، ۱۳۸۴).

[5] Polemical

نظریه‌های هنجاری/ جدلی یا شبه‌نظریه‌ها بر مبنای اصول و معیارهای سنتی هنر شکل گرفته‌اند. این عقاید آزمون‌پذیر نبوده و قابل ابطال نیستند (لنگ، ۱۳۹۳، ۱۵).

[6] نوشته‌های اقلیدس و المجسطی بطلمیوس از آن جمله‌اند (نقیبی، ۱۳۸۸: ۲۹۱).

[7] ترجمه «سیدهانتا» در زمینه ریاضی و نجوم هندی در زمره این آثار است (فرشاد، ۱۳۶۶: ۵۰۷).

[8] «یعقوب بن طارق»، «ابراهیم بن حبیب فرازی»، «حجاج بن یوسف بن مطّر»، «اسحاق بن حنین»، »قسطا ابن لوقا البعلعبکی»، «هلال بن هلال حمصی»، «ابوالفتح اصفهانی» از جمله دانشمندانی بودند که در ترجمه آثار یونانی و هندی به عربی نقش بسزایی داشتند (فرشاد، ۱۳۶۶: ۵۰۸/۵۰۷).

[9] نخستین کتاب ریاضی در دسترس، «من حساب الجبر و المقابله» تألیف «خوارزمی» (نیمه دوّم سده دوّم–اوایل قرن سوّم هجری قمری) است. آخرین رساله ارزنده نیز کتاب «عیون الحساب» ملّا محمّدباقر یزدی در سده یازدهم هجری‌قمری است. نوه وی در شرحی که بر کتاب جدّش نگاشته است بر محاسبه عدد π در اروپا اشاره نموده است. از آن زمان به بعد، مناسباتی میان ریاضی‌دانان مسلمان و همتایان اروپاییشان شکل می‌گیرد که دانش ریاضی را جهانی می‌نماید (قربانی، ۱۳۷۵: ۷/۵ (دیباچه)).

[10] کتب «اصول» و «معطیات» اقلیدس به ترتیب توسط حجاج ابن یوسف و اسحاق ابن حنین ترجمه شده‌اند. همچنین، بخش بسیاری از کتاب «قطوع مخروطی» آپولونیوس را نیز برادران «بنوموسی» به زبان عربی برگرداندند. «ثابت بن قره» (۲۸۸–۲۲۱هـ‌ق) علاوه بر آنکه خود آثاری در مورد نجوم، مخروطات و جبر مقدماتی، مربع‌های جادویی و اعداد متحابه دارد، رسائلی را نیز از «آپولونیوس»، «ارشمیدس»، «بطلمیوس» و «تئودوسیوس» را هم در زمینه هندسه ترجمه نمود (ایوز ، ۱۳۷۹: ۲۲۹).

[11] نمونه بارز این دسته از کتب، «مجسطی» بطلمیوس است که الهام بخش بسیاری از کارهای نجومی در جهان اسلام است (ابن ندیم، ۱۳۸۱: ۳۲۷).

[12] موضوع کتاب‌هایی که در این گروه قرار می‌گیرند بیشتر شامل روش‌هایی است که در مسّاحی زمین، انتقال آب، ساختمان‌ها و صنعت از آن‌ها استفاده می‌شده است (بی‌نام، ۱۳۸۸: ۱۷).

[13] «محتسب» یا «اهل حِسبَه»، اصطلاحی بود که بر جماعتی که ناظر بر درستی امور شهری، ساختمانی و صحّت فعالیّت اصناف بود؛ اطلاق می‌گشت (ابن اخوه ۱۳۶۰).

[14] یافتن اشکالی با محیط مساوی به صورتی که دارای بیشترین مساحت باشند.

[15] محمّد، معروف به جعفر بزرگترین برادر از سه برادر «بنوموسی» (متوفی ۸۷۳م.)، کتاب «معرفه الاشکال البسیطه و الکرویه» (شناسایی شکل‌های روی صفحه و شکل‌های کروی)، را با ۱۸ قضیه

هندسی در رابطه با مساحت و حجم اشکال مختلف هندسی تدوین نموده بود (شهریاری، ۱۳۹۲: ۸۳).

[۱۶] در تاریخ گزیده مسطور است که «الدینوری»، در اصفهان بر اساس اصول هندسی و نجومی رصدخانه و زیجی ساخت و کتاب «الرد علی رصد الاصبهانی» را نوشت (نخجوانی، ۱۳۴۳: ۲۱۰).

[۱۷] Conversation

[۱۸] زمان ذکر شده به تقریب است زیرا همان‌گونه که ذکر شد برخی از چهره‌های شناخته شده در زمینه دانش هندسه چون: «ثابت بن قره»، «خوارزمی»، برادران «بنوموسی» و «ابن قتیبه الدینوری» در زمانی پیش از این دوره می‌زیسته‌اند.

[۱۹] از جمله این رصدخانه‌ها، رصدخانه سمرقند بوده است که در اسناد بر نقش غیاث‌الدین جمشید کاشانی در ساخت آن تأکید شده است (اوزدورال، ۱۳۸۰، ۱۹۴).

[۲۰] Motif

[۲۱] هندسه ارسطویی، جهانی متناهی با قطری معیّن است (معصومی همدانی، ۱۳۹۲: ۱۴۷).

[۲۲] «کندی» (۲۵۶-۲۵۲/۱۸۵هـ‌ق)، در رساله «کمیه کتب ارسطوطالیس و مایحتاج الیه فی تحصیل الفلسفه» برای ریاضیات ارزشی فراوان قائل شده و فهم فلسفه را تنها پس از تعلم ریاضی و منطق میسر دانسته است. وی ریاضیات را مشتمل بر علم عدد، هندسه، تنجیم و تألیف معرفی نموده بود (کدیور، ۱۳۸۷: ۴۴ نقل از: کندی، ۱۹۵۰: ۳۸۴/۳۵۹).

[۲۳] علم تعالیم شامل علم عدد (علم عدد نظری و علم عدد عملی)، علم هندسه (هندسه عملی و هندسه نظری)، علم مناظر، علم نجوم، علم موسیقی، علم اثقال، و علم‌الحیل است. علم‌الحیل خود شامل علم‌الحیل عددی و علم‌الحیل هندسی بوده است که علم‌الحیل هندسی، بر علومی چون معماری، مهندسی ساختمان، تعیین مساحت اجسام، ساخت آلات نجومی، موسیقی و انواع صناعات عملی و همچنین بر علم‌الحیل مناظریه یا ساخت ابزار درک صحیح اشیاء و آینه‌ها و ساخت ظروف عجیب نیز دلالت می‌کرده است.

[۲۴] شناختن تدابیری که انسان به واسطه آن بتواند تمام مفاهیمی که وجود آن‌ها در ریاضیات با برهان ثابت شده است را بر اجسام خارجی منطبق ساخته و به ایجاد و وضع آن‌ها فعلیّت بخشد. در واقع آنچه که که اجسام را تسلیم و پذیرای صور و مفاهیم ریاضی می‌کند، «علم‌الحِیَل» است (فارابی، ۱۹۳۱: ۵۰).

[۲۵] در سده‌های بعد در جهان اسلام، طبقه‌بندی علوم بسط و گسترش بیشتری یافت و دسته‌بندی‌های نوینی درباره علم هندسه پدید آمد که تقسیم‌بندی هفت‌گانه «فارابی» را تکمیل نمود. به عنوان مثال، «اکفنی» (متوفی ۷۴۹هـ‌ق)، برای هندسه ده شعبه کاربردی را برشمرد که شامل: اپتیک (علم نور و بصر)، ساختن آیینه حرّاقه، تعیین مرکز ثقل، مسّاحی، علم مکانیک، ساختن ساعت، ساختن آلات جنگ، احداث ابنیه، تعیین جای آب‌های زیرزمینی، ساختن ادوات بادی (علم آلات حیل) بوده است (نجیب اوغلو، ۱۳۸۹: ۱۸۹).

[۲۶] ترکیب (Synthesis) روشی است که در آن حل مسأله از تبیین اصول آغاز شده و با کنار هم قرار دادن اصول موضوعه، مرحله به مرحله به نتیجه مطلوب می‌رسد. در تحلیل (Analysis)، عکس این قضیه صادق است. به صورتی‌که تلاش می‌شود

با حدس پاسخ، اصولی به دست آید که منجر به نتیجه مطلوب گردد. آثاری که از یونانیان باستان برای حل مسائل هندسی وجود دارد، مبیّن استفاده بیشتر از روش ترکیبی است. امّا در میان مسلمانان، از روش تحلیلی بیشتر استفاده می‌شد (بی‌نام، ۱۳۸۸: ۲۵).

[۲۷] علوم اصلی ریاضیات: حساب، هندسه، هیأت و موسیقی. علوم فرعی ریاضیات: حساب هندی، جبر و مقابله، مساحت، حِیَل، جرّاثقال، اوزان، ابزار جنگی، مناظر مرایا، انتقال آب، زیج و تقویم و علم به کارگیری آلات موسیقی بوده‌اند (کدیور، ۱۳۸۷: ۵۳).

[۲۸] در مرتبه نخست، علم به معقولات و مجردات است که آن را به اسامی فلسفه اولی، الهیات و ماوراءالطبیعه نیز خوانده‌اند. مرتبه دوّم، ریاضیات است که همان حکمت وسطی و یا علوم تعلیمی باشد. در مرتبه آخر نیز طبیعیات و علوم طبیعی قرار دارد (ماحوزی، ۱۳۹۲: ۴۰/۳۹).

[29] Amir Moez, Alireza. 1963."A Paper of Omar Khayyam". Scripta Mathematica 26. 323-327.

[۳۰] «موضوع»، ذات این علم است که کمیّت یا مقدار است. بر این قاعده، حساب شامل «کمیّت منفصل» و هندسه بر «کمیّت متصل» دلالت داشته؛ و «مبادی»، پایه و اساس ریاضیات است. «مسائل» نیز قضیه‌هایی هستند که به واسطه «مبادی» قابل اثبات می‌شوند (آقایانی چاوشی، ۱۳۸۰: ۱۵۱/۱۵۰).

[۳۱] از آن جمله می‌توان به طرح تقسیم آب زاینده‌رود (طومار شیخ بهایی)(نفیسی، ۱۳۱۶، ۶۸)؛ حمّام شیخ بهایی (شاردن، ۱۳۴۵، ۳۷/۳۶)؛ کاریز نجف آباد (لمتون، ۱۳۷۷، ۳۹۴/۳۹۳)؛ و مجموعه میدان نقش‌جهان و مسجد جامع عبّاسی (منجم، ۱۳۶۶) اشاره نمود.

[۳۲] در رساله «فی عمل الاشکال المتساویه الاضلاع کلها بفتحه واحده» نگاشته «صوفی» (۲۹۱–۳۷۶هـ‌ق) و در کتاب «فی مایحتاج الیه الصانع من اعمال الهندسه» تألیف «بوزجانی» (۳۲۸–۳۸۸هـ‌ق) پیرامون رسم اشکال هندسی به کمک پرگاری با دهانه ثابت به تفصیل بحث شده است (میرابوالقاسمی و باقری، ۱۳۸۲).

[۳۳] زیج تخته‌ای چوبی با شبکه‌های منظم شطرنجی و روکش لاکی است که برای ترسیم نقشه‌ها و نقوش و اشکال با مقیاس مشخص استفاده می‌شده است. اوّلین اشاره مکتوب به کاربرد این وسیله جهت رسم نقشه‌های معماری در «سفرنامه ابی-دلف» در قرن چهارم هجری‌قمری بوده است (رکنی، ۱۳۹۳).

[۳۴] حکمت الهی و حکمت طبیعی، دو قسم دیگر حکمت نظری هستند (کدیور، ۱۳۸۷: ۴۱).

[۳۵] Physical Peculiarities

[۳۶] نظریه‌های اخیر، کاربرد هندسه در معماری را هم به لحاظ طرح اندازی (هندسه نظری) و هم در زمینه اجرا (هندسه عملی) به صورت سازمان شکل‌دهنده به کالبد بنا مد نظر قرار داده‌اند.

منابع فارسی و لاتین

- ابن ندیم. ۱۳۸۱. الفهرست. تدوین توسط رضا تجدد. تهران: اساطیر.
- ابوالوفاءالبوزجانی، محمد بن محمد. ۱۳۸۹. هندسه ایرانی: کاربرد هندسه در عمل. با ترجمه علیرضا جذبی. تهران: سروش.
- اخوان الصفا. ۱۳۷۶هـ‌ق/۱۹۵۷م. رسائل اخوان الصفا و خلان الوفا. جلد اوّل، القسم الریاضی.

بیروت: داربیروت (للطباعه و النشر)، دارصادر (للطباعه و النشر).
- ـــ. ۱۴۰۵. رسائل اخوان الصفا و خلان الوفاء(اربعهٔ اجزاء). قم: مکتب الاعلام الاسلامی.
- افندی، جعفر. ۱۳۸۹. رساله معماری. با ترجمه مهرداد قیومی بیدهندی. تهران: متن (فرهنگستان هنر).
- آقایانی چاوشی، جعفر. ۱۳۸۹. "تأثیر تمدن اسلامی در شکوفایی ریاضیات کاربردی محاسبه فاصله بغداد مکه." فلسفه و کلام : پژوهش‌های علم و دین ۲: ۲۳-۴۰.
- آقایانی چاوشی، جعفر. ۱۳۸۱. "تئوری خطوط متوازی از نگاه خواجه نصیرالدین طوسی." فرهنگ ۴۴ و ۴۵: ۱-۲۴.
- ـــ. ۱۳۵۱. "خواجه نصیرالدین طوسی و ابتکارات علمی او." آموزش و پرورش (تعلیم و تربیت) ۶۶: ۳۷۳-۳۸۲.
- ـــ. ۱۳۹۱. "خوارزمی نظریه پرداز معادلات درجه دوم." فلسفه علم ۲ (۲): ۱-۲۴.
- ـــ. ۱۳۸۰. "خیام و هندسه‌های نااقلیدسی." فرهنگ(ویژه بزرگداشت خیام (۲)) ۳۹ و ۴۰: ۱۸۹-۱۴۱.
- ـــ. ۱۳۸۴. "مقایسه روش‌های ابوالوفای بوزجانی، لئوناردو داوینچی و آلبرش دورر در ترسیم پنج ضلعی منتظم." آیینه میراث پیآپی۲۸ (۳(دوره جدید)): ۱-۲۸.
- الکرجی، محمد ابن الحسین. ۱۹۶۴. البدیع فی الحساب. بیروت: جامعه اللبنانیه.
- انصاری، حمیدرضا. ۱۳۸۹. "جستاری در نظریه معماری و مراتب آن." هنرهای زیبا-معماری و شهرسازی ۴۱: ۱۷-۲۸.
- اوزدورال، آلپای. ۱۳۸۰. "عمرخیام و معماری." تدوین توسط ناصر کنعانی. فرهنگ ۳۹ و ۴۰: ۲۵۲-۱۸۹.
- ایرانمنش، محمد. ۱۳۸۴. "جستارهایی در تعریف، شرح و مراتب نظریه." صفه ۴۱ (۱۵): ۲۰-۴.
- ایمانی، نادیه، و نگار صبوری. ۱۳۹۳. "اندیشه معماری در آیینه نظریه‌های معاصر معماری." نامه معماری و شهرسازی ۱۲: ۷۷-۹۵.
- ایوز، هاورد و. ۱۳۷۹. آشنایی با تاریخ ریاضیات. چاپ چهارم. با ترجمه محمدقاسم وحیدی اصل. جلد اوّل. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.
- برگن، جان لنارت. ۱۳۹۲. "پژوهش‌های انجام شده در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی تا سال ۱۹۸۵ میلادی." تدوین توسط فاطمه سوادی و محمد باقری. میراث علمی اسلام و ایران ۲ (پیآپی۴): ۵-۳۶.
- بزرگمهری، زهره. ۱۳۸۵. هندسه در معماری. تدوین توسط جمشید مهرپویا. تهران: سبحان نور: سازمان میراث فرهنگی کشور.
- بلخاری قهی، حسن. ۱۳۹۵. فلسفه، هندسه و معماری. تهران: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.
- ابن اخوه، محمد ابن محمد. ۱۳۶۰. آیین شهرداری. با ترجمه جعفر شعار. تهران: مرکز انتشارات علمی و فرهنگی، بنگاه ترجمه و نشر کتاب.
- ابن خلدون، عبدالرحمن. ۱۳۳۷. مقدمه ابن خلدون. تدوین توسط احسان یارشاطر. با ترجمه محمد پروین گنآبادی. جلد دوّم. ۲ جلد. تهران: بنگاه ترجمه و نشر کتاب.

- بیرونی خوارزمی، ابوریحان محمد ابن احمد. ۱۳۵۲. التفهیم (لاوائل صناعه التنجیم). تدوین توسط جلال الدین همایی. تهران: انجمن آثار ملّی(چاپخانه بهمن، افست مروی).
- بی‌نام. ۱۳۸۸. "هندسه." کتاب ماه علوم و فنون ۱۴-۲۵.
- پایروند ثابت، مهدی. ۱۳۸۸. "بنوموسی." کتاب ماه علوم و فنون ۲۹ (پیآپی۱۱۷) (۳): ۸۴-۹۲.
- پورنجف، زهرا. ۱۳۹۳. "قضیه اوّل مقاله دهم اصول اقلیدس و چالش پیرامون آن در بین دانشمندان اسلامی." تاریخ علم ۱ (دوره ۱۲): ۱-۱۵.
- ترکمان، اسکندر بیگ. ۱۳۵۰. تاریخ عالم آرای عباسی. تدوین توسط ایرج افشار. جلد دوّم. تهران: امیرکبیر.
- تقوی، کرامت الله. ۱۳۸۲. اختراعات و اکتشافات دانشمندان اسلامی. لارستان: آفاق لارستان.
- حسن زاده آملی، حسن. ۱۳۸۰. وحدت از دیدگاه عارف و حکیم. تهران: تشیع.
- خوارزمی. ۱۸۹۵. مفاتیح العلوم. لیدن.
- خوارزمی، محمد ابن موسی. ۱۹۶۸م. جبر و مقابله. تدوین توسط علی مصطفی مشرفه و احمد مصر. دارالکتب العربی.
- رازی، فخرالدین. ۱۳۲۳هـ‌ق. جامع العلوم. بمبئی: مظفری.
- رحیمی، غلامحسین. ۱۳۹۰. "فارابی، علم حِیَل و فلسفهٔ فناوری." پژوهشنامهٔ تاریخ تمدن اسلامی ۱ (۴۴): ۱۰۲-۸۵.
- رکنی، نوشاد. ۱۳۹۳. "فتوت نامه و لوح معماری(زیج) از دوره قاجار در کتابخانه و موزه ملی ملک." اثر ۶۵ (۳۵): ۵۱-۶۴.
- رومی، خلیل ابن احمد. ۱۳۸۷. "رساله اوزان و مقادیر و حساب." تدوین توسط بهروز ثروتیان. فرهنگ ایران زمین ۳۰: ۱۱۲-۱۸۶.
- ریاضی کشه، محمّدرضا. ۱۳۵۸. "کتاب شناسی معماری و شهرسازی ایران." اثر ۲۱: ۱۶۰-۱۸۱.
- سجادی، صادق، و علیرضا جعفری نائینی. ۱۳۷۲. ابن هیثم، ابوعلی. جلد پنجم، در دائره المعارف بزرگ اسلامی. تهران: مرکز دائره المعارف بزرگ اسلامی.
- سعادتمند، ایرج، و غلامحسین رحیمی. ۱۳۹۵. "مدیریت تقسیم آب در ایران قدیم با تکیه بر ابزار پنگان." تاریخ علم ۲ (۱۴): ۱۵۳-۱۵۹.
- شاردن، ژان. ۱۳۴۵. سفرنامه شاردن. با ترجمه اقبال یغمایی. جلد پنجم. ۵ جلد. تهران: توس.
- شهریاری، پرویز. ۱۳۸۰. "ابو نصر فارابی(فیلسوف، دانشمند و روش شناس)." دانش و مردم ۶ و ۷ (۲): ۳۵۰-۳۶۱.
- ـــ. ۱۳۹۲. تاریخ ریاضیات. چاپ ششم. تهران: مؤسسه فرهنگی مدرسه برهان (انتشارات مدرسه).
- شهریاری، پرویز. ۱۳۸۱. "خیام." دانش و مردم ۳ و ۴ (۳): ۱۴۲-۱۶۰.
- شیخ بهایی، محمد ابن حسین. ۱۳۷۱. اللباب شرح فارسی بر خلاصه الحساب. تدوین توسط محمد جواد ذهنی تهرانی. قم: حاذق.
- طاهری، جعفر (الف). ۱۳۹۰. "تأمّلی بر اسطوره شیخِ بهایی در معماری." کتاب ماه علوم و فنون ۲ (۵ (دوره دوّم)): ۴-۱۵.
- طاهری، جعفر (ب). ۱۳۹۰. "دانش ریاضیات معماری در آثار کاشانی." کتاب ماه علوم و فنون ۴ (۵ (دوره دوم)): ۱۲۱-۱۳۰.

- طاهری، جعفر. ۱۳۹۴. "مناسبات معماری با علوم دقیقه در متون علمی دورهٔ اسلامی." مطالعات معماری ایران ۷: ۱۲۷– ۱۵۰.
- طاهری، جعفر (ج). ۱۳۹۰. "نقش ریاضی دانان در معماری به روایت متون دوره اسلامی." تاریخ علم ۱۰: ۳۹–۶۵.
- طاهری، جعفر، و هادی ندیمی.۱۳۹۳. "بعد پنهان در معماری اسلامی ایران."صفه ۶۵ (۲۴): ۵–۲۴.
- طوسی، خواجه نصیرالدین. ۱۸۲۴. تحریر اقلیدس. کلکته: چاپخانه هندوستانی.
- عرشی، محمدرضا. ۱۳۸۹. "دو رساله نو یافته از ابوحاتم اسفزاری در حساب و گیاه شناسی." تاریخ علم ۹: ۱–۳۶.
- فارابی، ابونصرمحمد. ۱۹۳۱. احصاءالعلوم. تدوین توسط عثمان محمدامین. با ترجمه حسین خدیوجم. مصر: مطبعه السعاده.
- فرشاد، مهدی. ۱۳۶۶. تاریخ علم در ایران. چاپ اوّل. جلد دوّم. ۲ جلد. تهران: امیرکبیر.
- ـــ. ۱۳۶۵. تاریخ علم در ایران. ۱. جلد اوّل. ۲ جلد. تهران: امیرکبیر.
- قربانی، ابوالقاسم. ۱۳۵۰. ریاضی دانان ایرانی از خوارزمی تا ابن سینا. تهران: مدرسه عالی دختران ایران.
- ـــ. ۱۳۷۵. زندگینامه ریاضی دانان دوره اسلامی از سده سوّم تا سده یازدهم. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.
- ـــ. ۱۳۶۸. کاشانی نامه(احوال و آثار غیاث الدین جمشید کاشانی). تهران: مرکز نشر دانشگاهی.
- قیومی بیدهندی، مهرداد. ۱۳۸۴. "ساختار نظریه و الفبای نظریه پردازی." صفه ۴۰ (۱۵): ۱۳۸–۱۲۲.
- ـــ. ۱۳۸۴. "نظام آموزش معماری در دوران پیش از مدرن بر مبنای رساله معماریه." هم اندیشی معنویت و آموزش هنر. تهران: فرهنگستان هنر.
- قیومی بیدهندی، مهرداد، و روح اله مجتهدزاده. ۱۳۹۷. "جایگاه مفهوم معماری در نظام طبقه‌بندی علوم مسلمانان در سده‌های نخست هجری، با تکیه بر اندیشه‌های ابونصر فارابی." مطالعات معماری ایران ۱۳: ۳۳–۴۸.
- کاشانی، غیاث الدین جمشید. ۱۳۶۶. رساله طاق و ازج. با ترجمه سید علیرضا جذبی. تهران: سروش (انتشارات صدا وسیمای جمهوری اسلامی ایران).
- کدیور، محسن. ۱۳۸۷. "ابن سینا و طبقه‌بندی حکمت(تحلیل، تحقیق و تصحیح «رساله اقسام الحکمه»)." دو فصلنامه جاویدان خرد ۱ (۵ (دوره جدید)): ۳۵–۱۳۷.
- کرجی، ابوبکر،۱۳۴۵، استخراج آب‌های پنهانی ترجمه فارسی کتاب انباط المیاه الخفیه. با ترجمه حسین خدیو جم. تهران: انتشارات بنیاد فرهنگ ایران.
- کندی، ابویوسف یعقوب بن اسحاق. ۱۹۵۰. رسائل الکندی الفلسفیه. تدوین توسط محمدعبدالهادی ابوریده. جلد ۱. قاهره.
- گرابار، اولّگ. ۱۳۸۸. مسجد بزرگ اصفهان. با ترجمه محمدعلی موسوی فریدنی. اصفهان: سازمان نظام مهندسی ساختمان استان اصفهان.
- گلمبک، لیزا، و دونالد ویلبر. ۱۳۷۴. معماری تیموری در ایران و توران. چاپ اوّل. با ترجمه کرامت الله افسر و محمدیوسف کیانی. تهران: سازمان میراث فرهنگی.

- گنجی، محمدحسین، و امیرهوشنگ انوری. ۱۳۹۰. "نقشه و نقشه نگاری در تمدن اسلامی." مطالعات تاریخ اسلام ۹ (۳): ۹۷-۱۲۶.
- لمتون، ا.ک.س. ۱۳۷۷. مالک و زارع در ایران. با ترجمه منوچهر امیری. تهران: شرکت انتشارات علمی فرهنگی.
- لنگ، جان. ۱۳۹۳. علوم رفتاری در طراحی محیط. چاپ هفتم. با ترجمه علیرضا عینی‌فر. تهران: دانشگاه تهران (مؤسسه انتشارات).
- ماحوزی، رضا. ۱۳۹۲. "رویکرد فارابی و ابن سینا به علوم و تقسیم آن؛ رویکردی پیشا رشته‌ای، رشته‌ای یا میان رشته‌ای." فصلنامه مطالعات میان رشته‌ای در علوم انسانی ۳ (۵): ۳۷-۵۱.
- محقق، مهدی. ۱۳۸۰. "مروری در تاریخ ریاضیات در زمان ابوالوفای بوزجانی." تاریخ: نامه انجمن ۱: ۶۸-۶۵.
- محمدی ملایری، محمد. ۱۳۸۵. تاریخ و فرهنگ ایران در دوران انتقال از عصر ساسانی به عصر اسلامی. جلد چهارم. ۶ جلد. تهران: توس.
- ـــــ. ۱۳۷۵. تاریخ و فرهنگ ایران در دوران انتقال از عصر ساسانی به عصر اسلامی. جلد دوّم. ۶ جلد. تهران: توس.
- محمودآبادی، سیداصغر، و قاسم فتاحی. ۱۳۸۸. "ریاضیات ایرانی در عرصه تمدن و فرهنگ اسلامی." پژوهش‌های تاریخی دانشگاه سیستان و بلوچستان ۴ (۳): ۶۹-۸۶.
- معصومی همدانی، حسین. ۱۳۸۳. بنی موسی. جلد دوازدهم، در دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، توسط دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ۶۸۶-۷۰۰. تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی.
- معصومی همدانی، حسین. ۱۳۸۷. ثابت بن قرّه. جلد شانزدهم، در دائره المعارف بزرگ اسلامی، توسط دائره المعارف بزرگ اسلامی، ۷۴۰-۷۵۶. تهران: مرکز دائره المعارف بزرگ اسلامی.
- معصومی همدانی، حسین. ۱۳۹۲. "متکلم و ریاضیدان: فخر رازی و آثار هندسی ابن هیثم." تاریخ علم ۱ (۱۱): ۱۳۹-۱۵۷.
- منجم، ملا جلال الدین. ۱۳۶۶. تاریخ عبّاسی یا روزنامه ملا جلال. تدوین توسط سیف الله وحیدنیا. تهران: وحید.
- منکوفسکایا، ال.لو. ۱۳۷۹. "به سوی مطالعه اشکال معماری در آسیای میانه در پایان قرن چهاردهم م/هشتم هـ‌ق مقبره خواجه احمد یسوی." تدوین توسط ا بحرالعلومی و ب شیرازی. اثر ۳۰-۳۱: ۲۶۰-۲۸۸.
- مولوی، بهزاد. ۱۳۸۱. بررسی کاربرد هندسه در معماری گذشته ایران (دوران اسلامی). تهران: مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن.
- میرابوالقاسمی، سیدمحمدتقی، و محمد باقری. ۱۳۸۲. "رساله عبدالرحمان صوفی درباره هندسه پرگاری." تاریخ علم ۱: ۸۹-۱۴۲.
- نجیب اوغلو، گل‌رو. ۱۳۸۹. هندسه و تزئین در معماری اسلامی:(طومار توپقاپی). با ترجمه مهرداد قیومی بیدهندی. تهران: روزنه.
- نخجوانی، حاج حسین. ۱۳۴۳. "تأسیس رصدخانه‌ها در زمان قدیم و شرح رصد مراغه." نشریه دانشکده ادبیات تبریز ۲۸ (۵): ۲۰۹-۲۱۶.
- ندیمی، هادی. ۱۳۷۸. حقیقت نقش. جلد دوّم، در مجموعه مقالات دوّمین کنگره تاریخ معماری و شهرسازی ایران, تدوین توسط باقر آیت الله زاده شیرازی. تهران: سازمان میراث فرهنگی.

- نصر، سید حسین. ۱۳۹۶. نظر متفکران اسلامی در مورد طبیعت: خلاصه‌ای از آراء اخوان الصفا و بیرونی و ابن سینا راجع به جهان. چاپ سوّم. تهران: دانشگاه تهران.
- نفیسی، سعید. ۱۳۱۶. احوال و اشعار فارسی شیخ بهایی. تهران: چاپخانه اقبال.
- نقره‌کار، عبدالحمید. ۱۳۹۳. تعامل ادراکی انسان با ایده‌های فضایی–هندسی در معماری. تهران: امیرکبیر.
- نقیبی، سیّدابوالقاسم. ۱۳۸۸. "معرفی نسخه مجسطی کتابخانه مدرسه عالی شهید مطهری(سپهسالار)." پیام بهارستان ۴ (۱ (دوره ۲)): ۳۰۰–۲۹۱.
- نیستانی، جواد. ۱۳۸۴. "سابقه ترسیم نقشه و کاربرد هندسه و حساب در معماری اسلامی (از سده‌های نخستین اسلامی تا سده ۹ هـ‍ـق)." پیک نور ۴۲–۴۹.
- هاشمی، غلامرضا. ۱۳۹۱. "نظری به جایگه هندسه و نقوش هندسی در آراء متفکران یونانی و مسلمان." کتاب ماه هنر ۱۶۵: ۲۶–۳۱.
- یعقوبی، احمد بن اسحاق. ۱۳۴۷. البلدان. با ترجمه محمدابراهیم آیتی. تهران: بنگاه ترجمه و نشر کتاب.
- یوشکه ویچ، آدولف، بوریس روزنفلد، و پرویز شهریاری. ۱۳۵۸. "غیاث الدین جمشید کاشانی." هدهد (۲) ۱: ۸–۱۶.
- Chorbachi, W K“ .۱۹۸۹ .In thenTower of Babel: Beyond Symmetry in Islamic Design ”.Computers and Mathematics with Applications.۷۵۱-۷۸۹
- Holod, Renata“ .۱۹۸۸ .Text, Plan and Bulding: On the Transmission of Architectural Knowledge در ”.In Theories and Principles of Design in the Architecture of Islamic Societies , تدوین Margaret Bentley Servcenko, ۱-۱۱. توسط Cambridge, Massachusetts: Aga Khan Program for Islamic Architecture . http://www.archnet.org.
- Lefèvre, Wolfgang“ .۲۰۱۷ .Architectural Knowledge ”.The Structures of Practical Knowledge) Springer International Publishing Switzerland .۲۴۷-۲۶۸ .
- Mallgrave, Harry Francis .۲۰۰۵ . Architectural Theory: An Anthology from Vitruvius to 1870 .New York: Blackwell.
- O¨zdural, Alpay. The Arts of Ornamental Geometry (A Persian Compendium on Similar and Complementary Interlocking Figures). Ed. Gülru Necipoğlu and Karen A. Leal. Vols. 13 Muqarnas, Supplements. LEIDEN | BOSTON: Brill, 2017
- Rosental, F“ .۱۹۷۰ .Eilhard Wiedemann ”.Aufsatze Zio Arabischen Wissenschaft Geschichte . G.Qlms ۱.
- Saliba, G“ .۱۹۹۹ .Aritisans and Mathematician in Midieval Islam ”.Jornal of the American Oriental Society ۱۱۹ (۴): ۶۴۵-۶۳۷.
- Souissi, M“ .۲۰۱۷ .I'm AI-Handasa ”.in Encyclopedia of Islam (Supplement) . تدوین توسط P Bearman, Th Bianquis, C.E Bosworth, E van Donzel و W.P Heinrichs .December . http://dx.doi.org/10.1163/15733912-islam-COM-1408.
- Taheri, Jafar“ .۲۰۱۷ .Practical Arithmetic in Islamic Architecture: A Critical History and Survey ”.International Journal of Architectural Heritage Conservation, Analysis, and Restoration ۵ (۱۱): ۷۶۲-۷۴۷. doi:10.1080/15583058.2017.1290852.
- Булатов , M.C .۱۹۷۸ .Геометрическая гармонизация в архитектуре Средней Азии IX - XV вв .литературы издательства "Наука."