ISSN: 2538-3019, EISSN: 2676-4806
DOI: 10.30479/AT.2022.14870.1681
دوفصلنامهٔ اندیشهٔ معماری، نشریهٔ علمی، سال ششم، شمارهٔ دوازدهم، پاییز و زمستان ۱۴۰۱، صص ۱۰۱-۱۱۷

مقایسهٔ تطبیقی طاق و گنبد تیموری با روش‌های محاسباتی در سرمشق‌های کاشانی

نمونهٔ موردی: مسجد گوهرشاد مشهد *

فاطمه فلاحی[۱]، سعید میرریاحی **[۲]، حسین سلطانزاده[۳]، محمد مهدی رئیس سمیعی[۴]

تاریخ دریافت مقاله : ۱۴۰۰/۰۹/۰۸
تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۱/۰۵/۱۵

چکیده

بیان مساله: کاربرد فرمول‌های محاسباتی سهم عمده‌ای در هندسهٔ معماری ایران در عصر تیموری دارد. آنچه در معماری دورهٔ تیموری قابل توجه است بهره‌گیری از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی ریاضیدان قرن نهم، در اندازه‌گیری، محاسبات و فرموله کردن روش‌های اجرایی طاق و گنبد معماری است. یکی از مهمترین دستاوردهای غیاث‌الدین تثلیث زاویه و دایره است که پس از او میرزا ابوتراب نطنزی ریاضیدان عصر قاجار با روش هندسی هم‌ارز با روش جبری کاشانی به این مسئله پرداخت.

سوال تحقیق: این پژوهش درصدد پاسخ به این پرسش‌ها است که کاشانی چگونه عملیات محاسبات در معماری را مورد توجه قرار داده است؟ و رسالهٔ او چگونه از یک فرآیند نظر_عمل به تکنولوژی ساخت طاق و گنبد دست یافته است؟ میزان دقت سرمشق‌های کاشانی در توصیف اجرای طاق و گنبد معماری و نحوهٔ استفادهٔ سازندگان بنا از بیانات کاشانی از دیگر گزینه‌هایی هستند که در این پژوهش ارزیابی شده است.

اهداف تحقیق: هدف این پژوهش کشف روابط و تبیین قوانین محاسباتی از طریق ضوابط ترسیمی و محاسباتی کاشانی در تلاش برای پاسخ به سوالات فوق‌الذکر می‌باشد.

روش تحقیق: این پژوهش بر پایهٔ استدلال منطقی متکی بر گزاره‌های قاعده‌مند ریاضیات استوار است. ابزار تحلیلی در این پژوهش توسط زبان برنامه‌نویسی پایتون در نرم‌افزار راینو می‌باشد که ارتباط دهندهٔ قواعد محاسباتی و زبان اشکال در سرمشق‌های کاشانی است. نتایج این ارزیابی در عناصر معماری مسجد گوهرشاد که از لحاظ زمانی و مکانی با حضور کاشانی در منطقه مطابقت دارد، شناسایی می‌شوند.

مهم‌ترین یافته‌ها و نتیجه‌گیری تحقیق: نتایج این پژوهش نشان داد که محاسبات و ترسیمات کاشانی فقط یک تمرین عملی نظری نبوده و او به درستی عملیات محاسباتی را برای خلق عناصر معماری به کار بسته است. همچنین رابطه میان قواعد محاسباتی سرمشق‌های کاشانی و نظام هندسی طاق و گنبد مسجد گوهرشاد تایید می‌شود.

کلمات کلیدی: طاق و گنبد، معماری تیموری، غیاث‌الدین جمشید کاشانی، مسجد گوهرشاد

---

* این مقاله در راستای رساله دکتری نویسنده اول با عنوان « تبیین سازوکارهای الگوریتمی عناصر معماری ایران» است که با راهنمایی نویسنده دوم و مشاوره نویسندگان سوم و چهارم در دانشکده معماری و شهرسازی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز انجام شده است.

۱. دانشجوی دکتری، گروه معماری، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی ، تهران، ایران، ایمیل: Mehrnaz.ir@gmail.com
۲**. دانشیار، گروه معماری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، مدعو، (نویسنده مسئول)، ایمیل: Saiid.mirriahi@gmail.com
۳. استاد، گروه معماری، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی ، تهران، ایران، ایمیل: H72soltanzadeh@gmail.com
۴. استادیار، گروه معماری، دانشگاه گیلان، گیلان، ایران، مدعو، ایمیل: R_samiei@guilan.ac.ir

۱- مقدمه

ذوق هنر معماری دورهٔ تیموری در تزئین و انواع طاق‌زنی جلوه نمود و نبوغ معمارانی همچون قوام‌الدین، معمار دربار عصر تیموری، در طاق‌زنی و تسلطش بر علوم تعلیمی همچون نجوم از این دوران نشأت گرفت. از نظر محققین همزمانی حضور اندیشمندانی نظیر کاشانی در منطقهٔ خراسان، جلسات گفت و شنودشان با اصحاب معماری، ساخت مسجد گوهرشاد و به دنبال آن تدوین و تدقیق کتاب مفتاح‌الحساب کاشانی بی‌دلیل و بی‌ارتباط نیستند. در قرن نهم هجری شواهدی وجود دارد که رویکرد علمی ریاضی در معماری ایران تأثیر داشته و اندیشه‌ها و ایده‌های کاشانی در آثار معماری ایران تأیید این شواهد است.

شاهرخ پسر تیمور و همسرش گوهرشاد در شناسایی و فعالیت‌های علمی اندیشمندانی همچون غیاث‌الدین جمشید کاشانی تأثیر فراوان داشتند و مجالس گفت و شنود میان اندیشمندان و اصحاب صنایع در این قرن به ویژه در خراسان قرن نهم بر پا می‌شد. مسجد گوهرشاد از جمله بناهای فاخر معماری است که پس از آغاز فعالیت‌های کاشانی ساخته شد. ساخت این بنا طبق اسناد موجود دوازده سال به طول انجامید و قدمت آن ۸۲۱ ه. ق. ذکر شده است. پس از ساخت این بنا کاشانی بار دیگر به تدوین و تدقیق کتاب مفتاح‌الحساب پرداخت که خلاصهٔ آن را در سال ۸۲۴ ه. ق. به پایان رسیده بود. وی پس از اتمام کتاب مفتاح‌الحساب در ۸۳۰ ه. ق. در سال ۸۳۲ ه. ق. فوت نمود. مقالهٔ چهارم این کتاب سه عنصر معماری طاق و ازج، گنبد و مقرنس را چه از لحاظ ترسیم به روش‌های مختلف و چه از لحاظ محاسباتی و اندازه-گیری، فرموله و محاسبه کرده است.

کتاب مفتاح‌الحساب کاشانی اولین منبع مکتوب و با اهمیت در مورد عناصر معماری است که تعاریف محاسباتی و هندسی ساخت طاق و گنبد را برای اصحاب صنایع شامل می‌شود. تمرکز مطالعات این پژوهش ابتدا بر رویکرد توصیفی و مبتنی بر نوع‌شناسی و به دنبال آن رمزگشایی هندسی صورت می‌گیرد و در ادامه هدف تبیین روش‌های محاسباتی-اکتشافی این عناصر است تا از این طریق، بینش جدیدی را در عصر حاضر ارائه دهد. به عبارت دیگر شکل‌گیری این عناصر علاوه بر اجزاء از پیش تعریف شده دارای پتانسیل‌هایی است که می‌توانند استفاده از یکسری قواعد یا روابط تایپولوژیکی را رمزگشایی کنند.

۲- پرسش‌های تحقیق

کاشانی چگونه عملیات محاسبات در معماری را مورد توجه قرار داده است و رسالهٔ او چگونه از یک فرآیند نظر به عمل به تکنولوژی ساخت طاق و گنبد دست یافته است؟

میزان دقت سرمشق‌های کاشانی در توصیف اجرای طاق و گنبد معماری و نحوهٔ استفادهٔ سازندگان بنا از بیانات کاشانی از نظر علم آمار و صنعت معماری در چه جایگاهی قرار دارد؟

۳- فرضیه تحقیق

غیاث‌الدین جمشید کاشانی نظریه‌های علمی محاسباتی را در مفاهیم نظری علوم هندسی مرتبط با طراحی طاق و گنبد در عصر تیموری به کار بست تا بهترین قوس را از لحاظ ایستایی و زیبایی در این عصر خلق نماید.

انتقال اندیشه‌های محاسباتی غیاث‌الدین با علوم هندسی عصر تیموری مطابقت دارد و معماران عصر تیموری با تسلط بر علوم تعلیمی به درستی از دانش محاسباتی کاشانی در ساخت طاق و گنبد بناهای این عصر بهره برده‌اند.

مسجد گوهرشاد مشهد به دلیل همزمانی حضور اندیشمندان و صنعتگران در منطقه، مظهر هماهنگی و توازن میان نظام هندسی و محاسباتی عصر تیموری است.

۴- پیشینه تحقیق

در دو دههٔ گذشته، با شروع جریان‌های مطالعاتی مارکوس نوواک، ویلیام میچل، پیتر آیزنمن و در ادامهٔ آن از طریق جان فریز و گرگ لین، طراحان بر ساز و کار محاسباتی برای اکتشاف سامانه‌های فرمی متمرکز شدند

(ترزیدیس، ۲۰۰۳؛ ۸). در تحقیقات انجام شده در داخل کشور نیز تعداد کمی از تحقیقات به لایه‌های پنهان مفاهیم ریاضیات در معماری ایران پرداخته‌اند. که از آن جمله می توان تجزیه و تحلیل کاربندی‌های زیر گنبد چهار سوق بازار وکیل شیراز اشاره کرد. از نظر پژوهشگران ایرانی این عنصر معماری دارای شکلی پیچیده‌ای است که طرح‌ریزی و به دست آوردن قواعد هندسی حاکم بر آن با روش‌های ساده و مرسوم حل مسائل امکان‌پذیر نمی‌باشد (فلاح‌نیا و همکاران، ۱۳۹۲). همچنین، ترسیم آرایهٔ داخلی گنبد مسجد شیخ لطف‌الله را به دلیل هندسهٔ پیچیده‌اش تنها در قالب اصول معماری پارامتریک، از طریق افزونهٔ گراس هاپر در نرم‌افزار راینو امکان‌پذیر دانسته‌اند (مستغنی و علیمرادی، ۱۳۹۳).

طراحی پارامتریک راه‌حلی نوین برای بهره‌گیری و کنترل نور روز با رویکرد الگوریتم و معماری بومی ایران است که بر پوستهٔ خارجی ساختمان متمرکز می‌گردد (اخلاصی؛ منیری و عنبری، ۱۳۹۲). هندسهٔ این نقوش از زاویهٔ دید محققین ایرانی نیز مورد شناسایی و بازسازی قرار گرفت. هدف این تحقیقات، ایجاد نقوش با قواعد پارامتریک است که تفاوت آن‌ها با کم و زیاد کردن یک پارامتر قابل مشاهده باشد (گلابچی؛ اندجی و باستانی، ۱۳۹۱). معماری پارامتریک در کشورهای اسلامی، بیش از همه در پوسته ساختمان به صورت تقسیم سطوح به اجزاء ریزتر، الگوهای مبتنی بر هندسه کلاسیک و انطباق‌پذیری در برابر عوامل محیطی نمود پیدا کرده است (شهابی، فروغی، لشکری و کامل‌نیا، ۱۳۹۴).

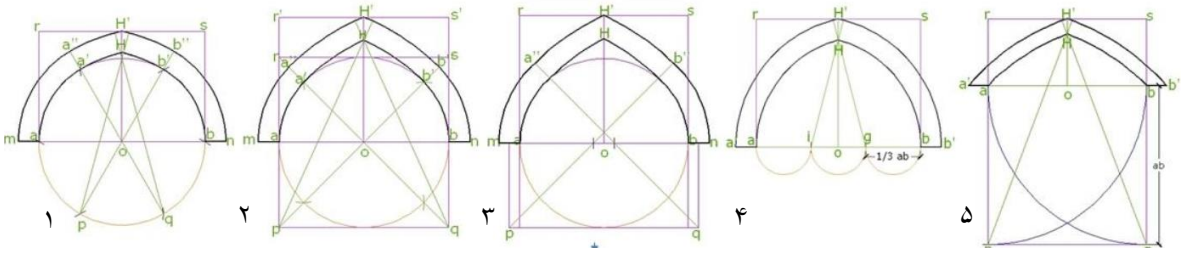
انطباق معماری ایرانی با مفاهیم پارامتریک که تاکید بر طراحی ظاهری دارد راهکاری است که معماران ایرانی از این طریق سعی در بازشناخت راهکارهای بومی در حل معضلات معاصر داشتند تا از این طریق بتوانند به عنوان ابزاری در راستای معاصرسازی، ساختار ظاهری تکنیک‌های بومی معماری ایرانی را به کار گیرند. اما در این بین توان بالای ریاضیات در رفتار سازه‌ای معماری را نادیده گرفتند. بررسی ظاهری الگووارهای معماری سنتی ایران، اگر به عنوان یک راه‌حل برای یک مسئله مطرح شود می‌بایست پاسخگوی مشکلات مشابه باشد اما چنین شرایطی بدون توجه به مفاهیم باطنی ریاضیات در معماری ایرانی تحقق نخواهد یافت.

۵- روش تحقیق:

اکتشافات محاسباتی عناصر معماری نیازمند مدل‌سازی و رمزگذاری فیزیکی این عناصر می‌باشد. ویژگی غالب مطالعات کاشانی نزدیک شدن به عناصر معماری با دیدگاه توصیفی-تحلیلی با طبقه‌بندی مبتنی بر مؤلفه‌ها، تعریف پارامترهای این عناصر و سلسله مراتب مشتق شده از آن است. از این رو، روش مطالعه در این پژوهش برپایهٔ مدل‌سازی در نرم‌افزار راینو استوار است و از افزونهٔ گرس‌هاپر و زبان برنامه‌نویسی پایتون در بررسی و شناخت روابط محاسباتی و زبان اشکال میان عناصر معماری (طاق و گنبد) و سرمشق‌های کاشانی بر اساس نظام هندسی معماری تیموری استفاده شده است. این بررسی در مرحلهٔ اول نشان می‌دهد که کاشانی چگونه با دقت ضرایب قوس‌ها را محاسبه می‌نمود و سپس با استناد به ابعاد و اندازه‌های طاق و گنبد در بنای مورد مطالعه به جستجوی ریشهٔ نظام هندسی موجود در آن‌ها خواهد پرداخت تا از این طریق میزان مطابقت رقمی این نسبت‌ها را در سرمشق‌های کاشانی جستجو کند.

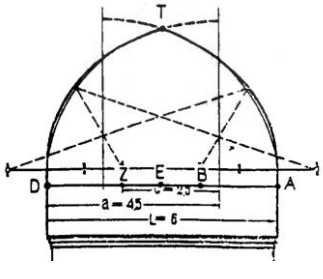
۶- مبانی نظری:

۶- ۱- قواعد زبان اشکال در طاق و گنبد از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی



تصویر ۱. پنج روش ترسیم قوس برگرفته از کتاب مفتاح الحساب کاشانی منبع: کاشانی، بی‌تا؛ ۳۰-۲۸.

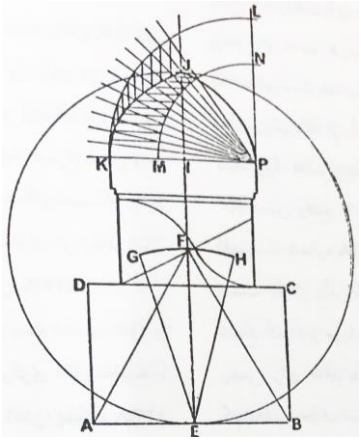
غیاث‌الدین جمشید کاشانی به پوششی که روی دو تکیه‌گاه و بین دو خط موازی واقع شده باشد قوس حقیقی معماری می‌گوید (تصویر۱-۲). سه روش ترسیمی اول این قوس‌ها از پنج بخش[1] تشکیل یافته‌اند (دولد سمپلونیوس، ۲۰۰۰؛ ۶۳). همچنین، تقسیمات دیگر بر روی قطر دایره (دهانهٔ قوس) در روش سوم و چهارم گونه‌های دیگر طاق را ایجاد می‌نماید (تصویر۱) (طاهری و نورتقانی، ۱۳۹۰؛ ۱۲۴). وی برای هر یک از چهار نوع اول قوس ضرایبی را برای محاسبه افزایش ارتفاع تقعر، طول تقعر، ارتفاع تحدب یا حداکثر ارتفاع و مساحت نمای قوس و فضای خالی زیر طاق را ارائه کرده است (Memarian, Anwarul Islam & Mousavian, 2014; 7). کاشانی متذکر می‌شود با قرار دادن کمان‌ها حول نقاط دیگر بر روی خطوط داخل و خارج نیم‌دایره می‌توان به ترسیم انواع دیگری از کمان دست یافت، اما محاسبات آن پیچیده‌تر خواهد شد (دولد سمپلونیوس، ۲۰۰۰؛ ۶۵). غیاث‌الدین برای نخستین‌بار بر اساس تجربیات ایستایی و رفتار سازه‌ای، قوسی را که از نظر ریاضی و معماری بهترین بود پیشنهاد داد (خیری، ۱۳۸۹؛ ۳۴).



تصویر ۲: تحلیل گنبد گور امیر در سمرقند با تاکید بر محاسبات کاشانی توسط بولاتوو. منبع: دولد سمپلونیوس، ۲۰۰۰؛ ۷۴

بولاتوو[3] در تحلیل قوس‌ها با دهانهٔ بیشتر از ده متر از مهمترین ساختمان‌های دوران تیموری چون گور امیر در سمرقند از شیوهٔ ترسیم قوس نوع چهارم کاشانی استفاده کرد (تصویر۲) (دولد سمپلونیوس، ۲۰۰۰؛ ۷۴). کاشانی نسبت مساحت گنبدها را به مربع قطر قاعده بدست می‌آورد تا عمل آسان شود. همچنین با ضرب کردن مربع قاعدهٔ قسمت محدب گنبد در آن، مساحت سطح بیرونی گنبد را به دست می‌آورد[2] (کاشانی، بی‌تا؛ ۳۷). جالب توجه است که اختلاف بین دو خم در محدوده‌ای است که خطای آن مورد قبول حتی معماران جدید نیز قرار دارد (دولد سمپلونیوس، ۲۰۰۰؛ ۷۴). کاشانی نقش مهمی در زمینه معماری و مهندسی ایفا کرد (Shuriye & Daoud, 2011; 56).

نظر به اینکه کاشانی از نیمرخ بیضی در رسم طاق‌ها ذکری نکرد، این شکل برای گنبدها نیز حذف شد. اما



تصویر ۳: تحلیل هندسی مقطع گنبد مدرسه آرامگاه گوهرشاد در هرات. منبع: ویلبر و گلمبک، ۱۹۸۸؛ ۲۱۷

تعدادی گنبد وجود دارند که از تقاطع منحنی‌های بیضی

شکل به وجود آمده‌اند. گنبد مسجد جامع سمرقند، گور امیر و مدرسه آرامگاه گوهرشاد در هرات (تصویر۳) دارای چنین ویژگی‌هایی هستند (ویلبر و گلمبک، ۱۹۸۸؛ ۲۱۷). بولاتوو اظهار نظر کرده است که این گنبدها به سادگی می‌توانند از قوس‌های چهار مرکزی ساخته شوند (دولد سمپلونیوس، ۲۰۰۰؛ ۷۳).

۶- ۲- قواعد زبان اشکال (طاق و گنبد) در علوم محاسباتی از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی

از گسترش یک قوس در بعد سوم شکلی به نام طاق بوجود می‌آید (معماریان، ۱۳۶۷؛ ۶۳). دهانهٔ هر قوس منشاء و اساس کلیهٔ قوانین برای بدست آوردن ارزش نسبت‌ها به منظور قاعده‌مندسازی مشخصات مشتق شده از هر پوسته است. در اینجا تعیین سه پارامتر اصلی نقاط مرکزی و موقعیت شکست بالای قوس ضروری است اما تجزیه و تحلیل طاق‌ها و گنبدها مستلزم شناخت قوس-هایی است که با حرکت و دورانشان این عناصر حاصل می‌شوند. برای تسهیل در ارائه و تنظیم یک ساز و کار هندسی، سیستمی مبتنی بر پنج حالت هندسی تثلیث کمان که توسط ابوتراب نطنزی از دست‌نوشته‌های کاشانی تشریح شده است، پیشنهاد می‌گردد. در این مطابقت از اتصال نقاط تلاقی قوس‌ها و خطوط کمان ساز با یکدیگر حالت مختلف تثلیث کمان استخراج شده است. این عملکرد به تجزیه و تحلیل و تعریف قواعد هندسی طاق و گنبد در سرمشق‌های کاشانی کمک خواهد کرد.

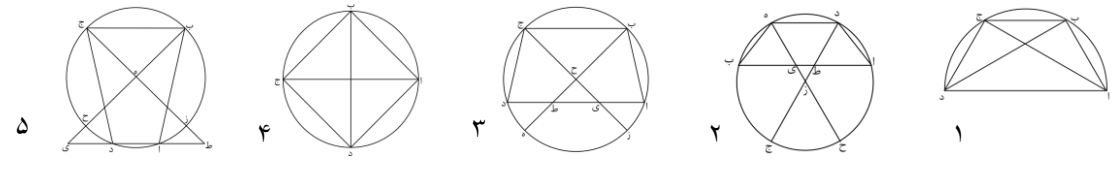
روش کاشانی در محاسبهٔ وتر ثلث یک زاویه استفاده از یک معادلهٔ جبری است، که توسط او برای حل مسئلهٔ تثلیث زاویه عرضه شده است. پس از او ریاضیدانان دیگری مانند قاضی‌زادهٔ رومی و میرزا تراب نطنزی رساله‌هایی بر مبنای این رسالهٔ کاشانی تألیف کردند. روش نطنزی، ریاضیدان عصر قاجار، اساساً هندسی است و از لحاظ ریاضی با روش جبری کاشانی هم‌ارز است (دوست‌قرین، ۱۳۸۸؛ ۱؛ معصومی ، ۱۳۸۵؛ ۵۲۷-۵۲۸).

نطنزی پس از تشریح روش کاشانی در تثلیث کمان روش خود را در پنج حالت مختلف (تصویر۴) ذکر کرده و روش اثباتی برای سه حالت اول، سوم و پنجم را یکسان و برای دو حالت دوم و چهارم بدیهی دانست (دوست-قرین، ۱۳۸۸؛ ۲۶). در حالت اول تصویر ۴، طبق اثبات کاشانی، در هر چهارضلعی محاط در دایره مجموع حاصل‌ضرب اضلاع مقابل برابر است با حاصل‌ضرب دو قطر (سوادی، ۱۳۸۷؛ ۹۶. قاضی‌زاده رومی، بی‌تا؛ ۱). این قاعده برای حالت سوم و پنجم نیز قابل تعمیم است.

۷- مطالعات و بررسی‌ها

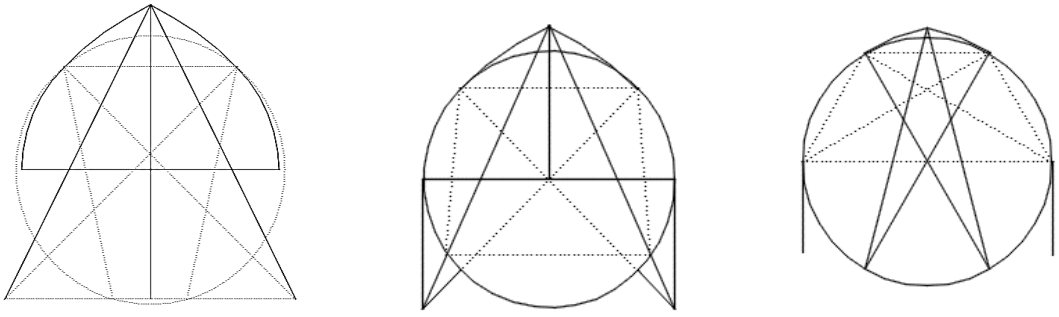
برای تسهیل در محاسبه و قاعده‌مندسازی این عناصر معماری، ساز و کاری مبتنی بر پنج حالت هندسی تثلیث کمان ابوتراب نطنزی که تشریح وی از دست‌نوشته‌های کاشانی است، پیشنهاد می‌گردد (تصویر۵). در این مطابقت از اتصال مراکز و نقاط تلاقی خطوط کمان ساز حالت‌های مختلف تثلیث کمان بر اساس تشریح ابوتراب استخراج شده است (فلاحی، میرریاحی، سلطانزاده و رئیس‌سمیعی، ۱۳۹۹، ۱۴۴-۱۴۵). این عملکرد به انعطاف‌پذیری تجزیه و تحلیل و تعریف قواعد هندسی نمونه‌های متداول برای طاق و گنبد کمک خواهد کرد.

کاشانی در روش نخستین، زاویه‌ای که قوس را به زوایای ۶۰ ۴ درجه تقسیم می‌کند، به کار بست. روش دوم مستلزم آن است که دایره به هشت قسمت مساوی تقسیم شود تا نتیجهٔ آن زاویهٔ صاعد ۴۵ درجه باشد. اختلاف اساسی میان دو نوع طاق در انتخاب زاویهٔ صاعد و قوس دوم قرار دارد. طاق و قوس‌هایی که با روش سوم ترسیم می‌شوند در معماری تیموری نایاب هستند (ویلبر و گلمبک، ۱۹۸۸؛ ۲۱۱). تفاوت این دو زاویه در میزان شیب پای طاق است. زاویهٔ ۴۵ درجه موجب می-شود طاق بر خلاف پای طاق در راس شیب‌دارتر باشد. در



تصویر ۴: پنج حالت تشریح هندسی تثلیث کمان توسط ابوتراب نطنزی. منبع: دوست‌قرین، ۱۳۸۸؛ ۲۰-۱۲

مقایسهٔ نمونه‌های واقعی طاق‌های تیموری با سرمشق-هایی که کاشانی به توصیف آن پرداخته است، می-خواهیم به این پرسش پاسخ دهیم که عملیات ریاضیات در معماری را کاشانی چگونه مورد توجه قرار داده است؟ و این محاسبات چگونه در طاق و گنبد مسجد گوهرشاد



تصویر ۵. تطبیق قوس‌های مستخرج از کتاب مفتاح الحساب (خطوط ممتد) و اصول هندسی تثلیث کمان (خطوط منقطع)، تصاویر از سمت راست ۱. تطبیق قوس نوع اول و حالت اول تثلیث کمان۲. تطبیق قوس نوع دوم و حالت سوم تثلیث کمان ۳. تطبیق قوس نوع سوم و حالت پنجم تثلیث کمان. منبع: فلاحی و همکاران، ۱۳۹۹: ۱۴۵.

انجام شده است؟

به منظور بررسی مطالعات انجام شده و آزمون مدل فیزیکی، سه روش اول اجرای طاق و قوس توصیف شده توسط کاشانی در کتاب مفتاح‌الحساب را توسط زبان برنامه نویسی پایتون وارد فضای نرم‌افزاری راینو نموده و میزان مطابقت میان طاق و قوس‌های ترسیم شده بر اساس تشریح کاشانی با اصول هندسی تثلیث کمان را ارزیابی می‌نماییم (فلاحی و همکاران، ۱۳۹۹، ۱۴۶-۱۴۵). در این روند تمرکز بر ترسیم قوس‌ها دقیقاً بر اساس روش ترسیم کاشانی در کتاب مفتاح‌الحساب وی بوده و در انتها اصول هندسی ذکر شده (تصویر۵) در میان نقاط کلیدی این عناصر ارزیابی خواهد شد و برای بررسی میزان مطابقت این سرمشق‌ها با بنای مورد مطالعه نسبت دهانه به ارتفاع طاق نیز بررسی می‌گردد.

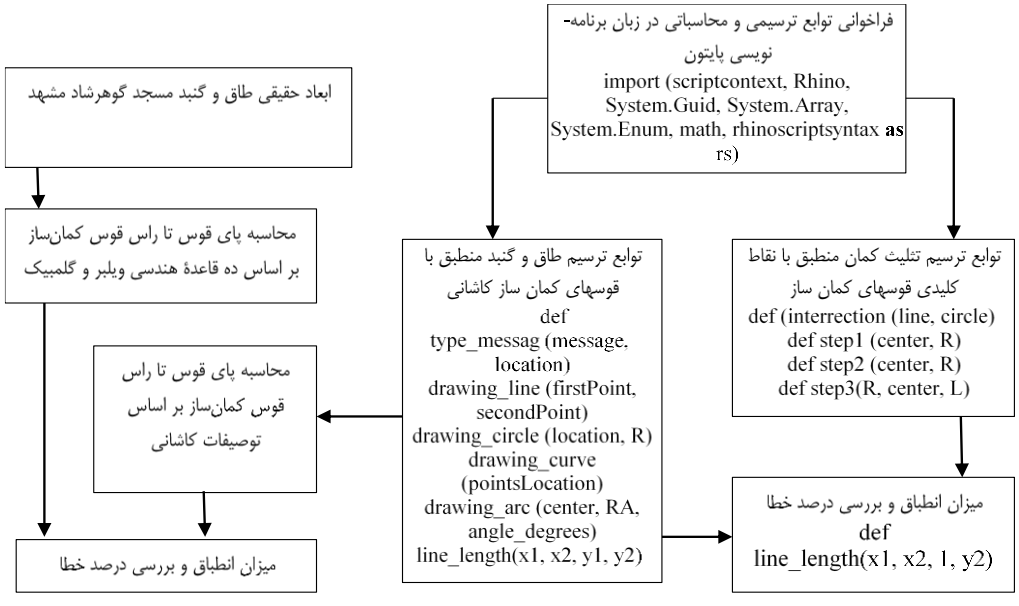
زبان برنامه‌نویسی پایتون پتانسیل‌های جدیدی با قابلیت شی‌گرایی و نحو (دستور زبان اشکال) برای برنامه-نویسی در نرم‌افزار راینو ارائه می‌دهد (Rutten, 2011; 1). محیط برنامه‌نویسی پایتون امکان بررسی و مفاهیم و پارامترهای حاکم را فراهم می‌سازد (Connors, Dunn & Bueter, 2017, 1).

پردازه[5] ها در این برنامه، پرونده‌های نحوی هستند که به طور هم‌زمان و برخط تفسیر شده و قابلیت کنترل دارند. این کنترل پردازه را قادر می‌سازد تا به دستورالعمل خاصی قابلیت اجرا و یا تکرار دهند (Rutten, 2011; 3). دستورالعمل‌ها توصیفی هستند و کدها را توضیح می‌دهند (Balachandran, 2017; xi). از این، رو، در پردازه ترسیم قوس، ابتدا کدهای ترسیمی راینو و محاسبات ریاضیاتی فراخوانی[6] شدند و این روند با اعلام توابع[7] اصلی ترسیم[8] طاق و گنبد و تثلیث کمان مطابق تصویر ۴ ادامه یافت و در آخر از نرم افزار خواسته شده چهارضلعی محاط بر دایره و قطرهای آن را انتخاب[9] نماید و بعد از آن محاسبات[10] را انجام داده و میزان مغایرت را تعیین نماید (نمودار۱). در این سه شیوهٔ ترسیم، میزان خطا به ترتیب صفر، ۰/۶۵ و ۱/۶۶ درصد اعلام شده است. به عبارت دیگر، در روش اول طاق مطابقت کامل با اصول هندسی تثلیث کمان را نشان داده است و در روش دوم و سوم به ترتیب مطابقت طاق با اصول هندسی تثلیث کمان دارای خطای نزدیک به نیم و یک و نیم درصد است. در ادامه میزان مطابقت نسبت دهانه به ارتفاع طاق در ترسیمات کاشانی و طاق-های حقیقی مسجد گوهرشاد را ارزیابی خواهیم نمود.

۸- یافته‌های تحقیق

نخستین و بزرگترین بنای تاریخی ایران که از سدهٔ نهم هجری باقی مانده، مسجد زیبای گوهرشاد در مشهد است (پوپ، ۱۹۶۵؛ ۱۹۸). این مسجد دارای چهار ایوان است که ایوان مقصوره، شاخص مسجد در ضلع جنوبی آن واقع شده است. ایوان متقابل آن، ایوان قبله (شمالی) متصل به بارگاه حضرت رضا (ع)، ایوان شرقی متصل به صحن موزه و ایوان غربی دقیقا در مقابل ایوان شرقی و از تمام جهات دقیقاً همانند آن است (زمرشدی، ۱۳۹۰؛ ۱۸). این مسجد دارای ایوان قبله باز است (O'kane, 2017; 604). گنبد دو پوش آن پشت ایوان جنوبی قرار گرفته (مظاهری، ۱۳۷۶؛ ۴۹) و گنبد مسجد گوهرشاد مانند اکثر گنبدهای دورهٔ تیموری گنبد دو پوستهٔ نار (پیازی) است. شیوهٔ ساخت گنبد دو پوسته کاملاً از هم گسسته است. گریو یا گردنی گنبد به صورت آوگون اجرا شده است (حسینی، ۱۳۹۳؛ ۸۰-۷۹). عرض دهانهٔ ایوان مقصوره ۱۵ متر و دهانهٔ درونی طاق ۱۲ متر است. عمق ایوان (فضای زیر گنبد) ۳۶ متر و ارتفاع آن ۲۷ متر است. بر فراز پیشانی این ایوان گنبدی ساخته‌اند که بلندای گنبد زیرین آن (آهیانه) از کف ایوان، که ۳۰ سانتی‌متر بالاتر از کف صحن است، ۲۷/۱۴ و بلندای تیزهٔ بالایی (پوشش دوم یا خود) ۳۹/۶۸ متر از کف ایوان است. اندازهٔ دور گنبد از سطح خارجی ۶۱/۸ متر است. فاصلهٔ بین دو گنبد ۱۲ متر و قطر گنبد از درون ۱۸/۵ متر و از بیرون ۱۹/۵متر است (صحراگرد، ۱۳۹۲؛ ۲۱). صحن این مسجد چهار ایوانی دارای رواق‌های دو طبقه در گرداگرد آن است (باوندیان، ۱۳۹۶؛ ۲۱۹). دور صحن، در سه جهت شمالی، شرقی و غربی مسجد هر طرف شش غرفه بزرگ و یک غرفه کوچک و در بخش جنوبی (دو طرف ایوان مقصوره) دو غرفه بزرگ و چهار غرفه کوچک دارد. دهنهٔ هر غرفه حدود ۳۱۰ و ارتفاع تا زیر تیزهٔ طاق ۴۵۰ سانتی‌متر است. غرفه‌های بالا با عرضی برابر دارای ارتفاع ۴۲۰ سانتی‌متر هستند (صحراگرد، ۱۳۹۲؛ ۲۰). ابعاد ایوان‌های شرقی و غربی ۱۷ در ۲۰ و ایوان شمالی آن که کم‌عمق‌ترین ایوان مسجد است دارای ابعاد ۲۱/۵ در ۲۳ می‌باشد (صحراگرد، ۱۳۹۲؛ ۲۴-۲۵). ارتفاع، ابعاد و نوع طاق در یک بنای تیموری یکسان نیست. بدیهی است در یک مجموعه با وسعت بیشتر طاق‌ها با تنوع بیشتر ارائه می‌شود (Hillenbrand, 2005; 99).

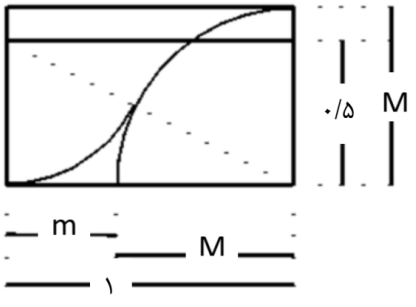
طرح‌های معماری در دوران تیموری از جنبه‌های زیادی دارای اساس هندسی هستند. بنابر اسناد موزهٔ توپقایی و



نمودار ۱: مدل تحقیق؛ اسکریپت ترسیم قوس با تشریح کاشانی (در زبان برنامه‌نویسی پایتون) و بررسی میزان انطباق آن با تثلیث کمان و طاق و گنبد مسجد گوهرشاد مشهد. منبع: نگارندگان

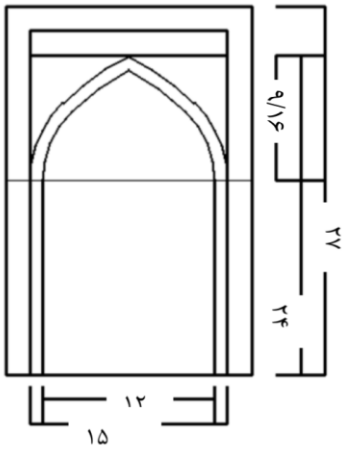
رسالهٔ مفتاح‌الحساب، روند طراحی معماری در عصر تیموری بر مجموعه‌ای از ترسیمات هندسی استوار است (Kostof, 1977; 62). تسلط هندسه بر الگوهای معماری این دوران قابل مشاهده است. مطالعات نشان می‌دهد، ریاضیدانانی که هندسهٔ عملی را به معماران آموخته‌اند نقش تعیین کننده‌ای در ایجاد الگوها و شاید در طراحی بنا داشته‌اند (Ozdural, 2000; 171). ویلبر و گلمبک[11] متذکر شده‌اند؛ معماران دورهٔ تیموری همهٔ سیستم‌های هندسی را که از قرن چهارم به بعد به کار می‌رفت، مورد استفاده قرار می‌دادند. این دو محقق ده قاعدهٔ هندسی را در چهار نظام مطرح نموده‌اند. بررسی تطبیقی مسجد گوهرشاد مشهد با سرمشق‌های کاشانی موضوع بحث این بخش از پژوهش است. در این مطالعه با استناد به ابعاد و اندازه‌های طاق و گنبد در بنا به جستجوی ریشهٔ تناسبات معماری موجود در این بنا خواهد پرداخت تا از این طریق میزان مطابقت رقمی این نسبت‌ها را در سرمشق‌های کاشانی جستجو کند.

ویلبر و گلمبک در قاعدهٔ هشتم مربوط به نظام چهارم با عنوان ریشهٔ پنج مستطیل عنوان می‌کنند؛ قوسی به طول ارتفاع در راستای وتر جدا کرده، سپس یک قوس ثانویه که مرکز آن در زاویهٔ کوچکتر باشد از نقطه‌ای روی وتر رسم می‌کنند. در جایی که این قوس قاعدهٔ مثلث را قطع می‌کند خط را به دو بخش یکی بزرگتر



تصویر ۶. قاعدهٔ هشتم تناسبات هندسی منبع: ویلبر و گلمبک، ۱۹۸۸؛ ۱۹۸-۱۹۷

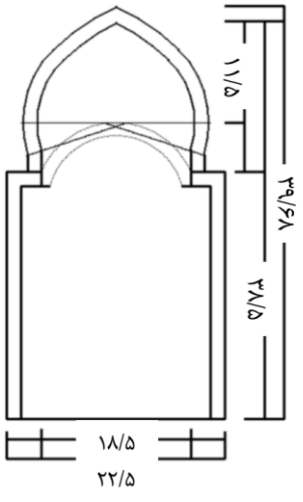
۲÷(۵-√۱) یا M و دیگری کوچکتر ۲÷(۵-√۳) یا m تقسیم می‌نماید (تصویر ۶). این دو محقق می‌گویند که مضربهای این دو بخش معمولاً در طرح‌ریزی نماهای داخلی و خارجی و بسیاری از فضاهای دیگر استعمال می‌شد. در این مستطیل نسبت m به M در ضلع بزرگتر برابر است با ۱/۶۲ و نسبت M به ۱/۵ در ضلع کوچکتر برابر است با ۱/۲۴. در ایوان مقصوره شاخص اصلی مسجد گوهرشاد، با عرض ۱۵ متر و دهانهٔ درونی طاق ۱۲ متر دارای ارتفاع ۲۷ متر است (تصویر ۷). نسبت دهانهٔ طاق به عرض ایوان برابر است با ۱/۲۵ و با کسر ۳ متر از ارتفاع ایوان ارتفاع طاق ۲۴ متر خواهد شد و نسبت طول به عرض این طاق همانند تناسبات هندسی قاعدهٔ هشتم ۱ به ۲ می‌باشد. از این رو، وجود تناسبات قاعدهٔ هشتم در ایوان مقصوره با ۰/۸۱در صد خطا در نسبتهای عرضی آن قابل ارزیابی است. بنابراین انتظار می‌رود نسبت ارتفاع اجزاء کناری طاق تا پاکار به ارتفاع پاکار تا راس قوس دارای نسبتی برابر با ۱/۶۲ باشد. به عبارت دیگر اگر M برابر با ۱۵ باشد ارتفاع پاکار طاق تا راس طاق m ۹/۱۶ خواهد شد. به منظور ارزیابی میزان مطابقت این تناسبات با سرمشق‌های کاشانی در پردازه سوم (قوس نوع سوم از ترسیمات کاشانی) نوشته شده به زبان پایتون دهانه ۱۵ در نظر گرفته شد تا قوس نوع سوم کاشانی ترسیم و ارتفاع محاسبه گردد. ارتفاع پاکار تا راس طاق در این نرم‌افزار



تصویر ۷. ابعاد و اندازهٔ طاق ایوان مقصوره. منبع: نگارندگان

۹/۲۷ محاسبه گردید که نشان از خطای ۱/۲ درصد در میزان انطباق قوس اجرا شده ایوان مقصوره مسجد گوهرشاد مشهد با قوس نوع سوم کاشانی می‌باشد (تصویر۷) (جدول۱و۲).

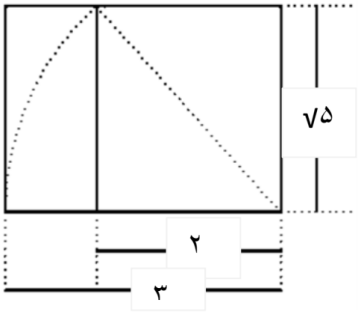
گنبد مسجد گوهرشاد که بر بالای ایوان مقصوره قرار گرفته است، با ابعاد ۱۸/۵ (قطر داخلی گنبد) در ۳۸/۵ (ارتفاع راس داخلی گنبد تا کف ایوان) دارای نسبت تقریبی ۱ به ۲ می‌باشد و با احتساب عرض بیرونی ۲۲/۵ ایوان، نسبت عرض بیرونی به عرض داخلی در ضلع کوچکتر در این ایوان برابر است با ۱/۲۲ و با ۱/۶ درصد خطا در نسبتهای عرضی و ۴/۰۵ درصد خطا در نسبت طول به عرض، قاعدهٔ هشتم نظام چهارم در آن قابل ارزیابی است و انتظار می‌رود نسبت ارتفاع اجزاء کناری این گنبدخانه تا پاکار به ارتفاع پاکار تا راس گنبد دارای نسبتی برابر با ۱/۶۲ باشد. به عبارت دیگر اگر قطر



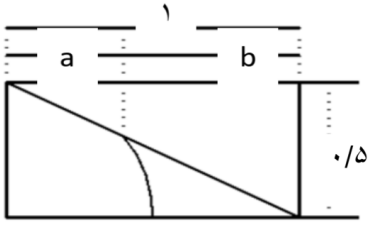
تصویر ۸: ابعاد و اندازهٔ گنبد بالای ایوان مقصوره.
منبع: نگارندگان

داخلی طاق برابر با ۱۸/۵ باشد ارتفاع پاکار تا راس گنبد برابر ۱۴/۳۶ خواهد شد. از سوی دیگر، بلندای گنبد زیرین آن (آهیانه) از کف ایوان ۲۷ است و تفاضل بلندای گنبد داخلی و خارجی که بیان کنندهٔ قوس سازندهٔ گنبد خارجی است دارای ارتفاع ۱۱/۵ متر و آوگون دارای ارتفاع ۲/۸۶ است (تصویر۸). به منظور ارزیابی میزان مطابقت این تناسبات با سرمشق‌های کاشانی در پردازه سوم (قوس نوع سوم از ترسیمات کاشانی) نوشته شده به زبان پایتون دهانه ۱۸/۵ متر در نظر گرفته شد تا قوس نوع سوم کاشانی ترسیم و ارتفاع محاسبه گردد. ارتفاع پاکار تا راس طاق در این نرم‌افزار ۱۱/۴۴ محاسبه گردید که نشان از خطای ۰/۵۲ درصد در میزان انطباق قوس اجرا شده گنبد مسجد گوهرشاد مشهد با قوس نوع سوم کاشانی می‌باشد. امتداد این قوس تا ۱۸ درجه برای ساخت آوگون ارتفاعی برابر با ۲/۸۷ متر معادل با محاسبات انجام شده ایجاد می‌نماید (جدول۱و۲).

ویلبر و گلمبک در قاعدهٔ پنجم مربوط به نظام سوم با عنوان نیم‌مربع که معمولاً با تقسیم نیم مربع یک اتاق به نیمه‌های آن تشکیل می‌شود، عنوان می‌کنند؛ برای به دست آوردن مستطیلی با همان تناسبات، نسبت ۲ به ۳ به $\sqrt{5}$ می‌شود (تصویر۹). نسبت طول به عرض این مستطیل برابر است با ۱/۳۴. دهانهٔ غرفه‌های دور صحن ۳/۱۰ با ارتفاع ۴/۵۰ (با احتساب ۳۰ سانتی متر ارتفاع کف صحن تا کف ایوان) و در غرفه‌های بالا با ارتفاع ۴/۲۰ می‌باشند. نسبت دهانه به ارتفاع غرفه‌ها (۴/۲۰ به



تصویر ۹. قاعدهٔ پنجم تناسبات هندسی. منبع: ویلبر و گلمبک، ۱۹۸۸؛ ۱۹۸-۱۹۷

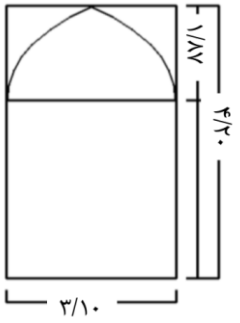


تصویر ۱۰. قاعدهٔ ششم تناسبات هندسی. منبع: ویلبر و گلمبک، ۱۹۸۸؛ ۱۹۸-۱۹۷

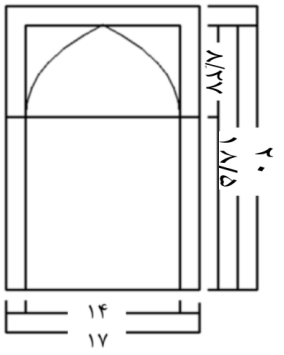
۳/۱۰) برابر است با ۱/۳۵. از این رو وجود تناسبات قاعدهٔ ششم در حجره‌های دور صحن محرز است. ویلبر و گلمبک در ادامهٔ قاعدهٔ ششم متذکر می‌شوند که می‌توان

برای جدا کردن قطعات متناسب خط (a) ۱÷√۵ و (b) ۱÷(۵-√۱)√۵ به کار رود (تصویر۱۰).

این تناسبات گاهی برای طراحی نماها به کار گرفته می‌شد. انتظار می‌رود نسبت ارتفاع اجزاء کناری طاق تا پاکار به ارتفاع پاکار تا راس قوس دارای نسبتی برابر با ۱/۲۴ باشد. به عبارت دیگر اگر ارتفاع غرفه ۴/۲۰ باشد ارتفاع پاکار تا راس طاق ۱/۸۷ خواهد شد (تصویر۱۱). به منظور ارزیابی میزان مطابقت این تناسبات با سرمشق‌های کاشانی در پردازه دوم (قوس نوع دو از ترسیمات کاشانی) نوشته شده به زبان پایتون دهانه ۳/۱۰ در نظر گرفته شد تا قوس نوع دوم کاشانی ترسیم و ارتفاع محاسبه گردد. ارتفاع پاکار تا راس طاق در این نرم‌افزار



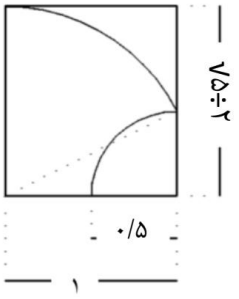
تصویر ۱۱: ابعاد و اندازهٔ غرفه‌های دور صحن. منبع: نگارندگان



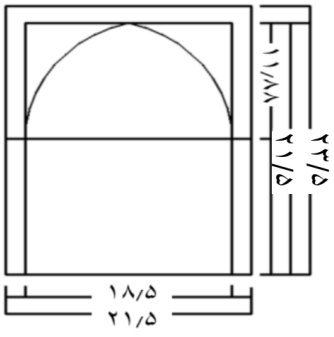
تصویر ۱۲: ابعاد و اندازهٔ ایوان شرقی و غربی. منبع: نگارندگان

۱/۸۵ محاسبه گردید که نشان از خطای ۱/۰۶ درصد در میزان انطباق قوس اجرا شده غرفه‌های اطراف صحن مسجد گوهرشاد با قوس نوع دوم کاشانی می‌باشد.

ایوان شرقی و غربی مسجد گوهرشاد با ابعاد ۱۷ در ۲۰، دهانهٔ طاق ۱۴ و ارتفاع ۱۸/۵ متر است (تصویر۱۲). این طاق دارای نسبت اضلاع طول به عرض ۱/۳۲ می‌باشد و با ۱/۵ درصد خطا وجود تناسبات قاعدهٔ ششم در آن قابل ارزیابی است. بنابراین انتظار می‌رود نسبت ارتفاع اجزاء کناری طاق تا پاکار به ارتفاع پاکار تا راس قوس دارای نسبتی برابر با ۱/۲۴ باشد. به عبارت دیگر اگر ارتفاع طاق ۱۸/۵ متر باشد ارتفاع پاکار تا راس طاق ۸/۲۷ متر خواهد شد. به منظور ارزیابی میزان مطابقت این تناسبات با سرمشق‌های کاشانی در پردازه دوم (قوس نوع دو از ترسیمات کاشانی) نوشته شده به زبان پایتون دهانه ۱۴ در نظر گرفته شد تا قوس نوع دوم کاشانی ترسیم و ارتفاع محاسبه گردد. ارتفاع پاکار تا راس طاق در این



تصویر ۱۳. قاعدهٔ هفتم تناسبات هندسی منبع: ویلبر و گلمبک، ۱۹۸۸؛ ۱۹۸-۱۹۷



تصویر ۱۴: ابعاد و اندازهٔ ایوان دارالسیاده. منبع: نگارندگان

نرم‌افزار ۸/۳۸ محاسبه گردید که نشان از خطای ۱/۳۳ درصد در میزان انطباق قوس اجرا شده غرفه‌های اطراف صحن مسجد گوهرشاد با قوس نوع دوم کاشانی می‌باشد (جدول۱و۲).

جدول ۱: میزان انطباق تناسبات هندسی عصر تیموری و طاق و گنبد مسجد گوهرشاد مشهد و محاسبه نسبت های طولی، منبع: نگارندگان

نظام هندسی و عناصر معماری	ابعاد اضلاع	نسبت طول به عرض	نسبت های عرضی	نسبت های طولی	تطابق نظام هندسی و عنصر معماری
قاعده هشتم	M ،m ،۱ ،۰/۵	۱÷۰/۵=۲	M÷۰/۵=۱/۲۴	۱÷M=۱/۶۲	قابل قبول
ایوان مقصوره	M ،m ،۲۴ ،۱۲	*۲۴÷۱۲=۲	**۱۵÷۱۲=۱/۲۵	***۲۴÷۱۵=۱/۶	
درصد خطا نظام هندسی به عنصر معماری	* (۰)، ** (۰/۸۱)، *** (اعداد محاسبه شده جهت بررسی میزان انطباق با محاسبات کاشانی)				
گنبد	M ،m ،۱۸/۵ ،۳۸/۵	*۳۸/۵÷۱۸/۵=۲/۰۸	**۲۲/۵÷۱۸/۵=۱/۲۲	***۳۸/۵÷۲۲/۵=۱/۷	
درصد خطا نظام هندسی به عنصر معماری	* (۴/۰۵)، ** (۱/۶)، *** (اعداد محاسبه شده جهت بررسی میزان انطباق با محاسبات کاشانی)				
قاعده پنجم و ششم	a ،b ،۳ ،√۵	۳÷√۵=۱/۳۴	-	a÷b=۱/۲۴	قابل قبول
حجره‌های دور صحن	a ،b ،۴/۲ ،۳/۱	*۴/۲÷۳/۱=۱/۳۵	-**	***۲/۳۳÷۱/۸۷=۱/۲۵	
درصد خطا نظام هندسی به عنصر معماری	* (۰)، ** (-)، *** (اعداد محاسبه شده جهت بررسی میزان انطباق با محاسبات کاشانی)				
ایوان شرقی و غربی	a ،b ،۱۸/۵ ،۱۴	*۱۸/۵÷۱۴=۱/۳۲	-**	***۱۰/۲۳÷۸/۲۷=۱/۲۴	
درصد خطا نظام هندسی به عنصر معماری	* (۱/۵)، ** (-)، *** (اعداد محاسبه شده جهت بررسی میزان انطباق با محاسبات کاشانی)				
قاعده هفتم	a ،b ،√۵÷۲ ،۱	(√۵÷۲)÷۱=۱/۲	-	a÷b=۰/۸۱	قابل قبول
ایوان دارالسیاده	a ،b ،۲۱/۵ ،۱۸/۵	*۲۱/۵÷۱۸/۵=۱/۱۶	-**	***۱۱/۸۸÷۹/۶۲=۱/۲۳	
درصد خطا نظام هندسی به عنصر معماری	* (۳/۳)، ** (-)، *** (اعداد محاسبه شده جهت بررسی میزان انطباق با محاسبات کاشانی)				

در قاعدهٔ هفتم همین نظام ذکر شده؛ این کار به این صورت انجام می‌گیرد که قوسی در راستای وتر جدا می‌کردند، شعاع را که ارتفاع مثلث بود از این نقطه عمود بر قاعده وارد می‌ساختند (تصویر۱۳). این تناسبات نیز همانند مورد قبل گاهی برای طراحی نما به کار گرفته می‌شد. نسبت طول به عرض این مستطیل برابر است با ۱/۱۲. دهانهٔ ایوان دارالسیاده با ابعاد ۲۱/۵ در ۲۳، دهانهٔ طاق ۱۸،۵ و ارتفاع ۲۱،۵ متر است (تصویر۱۴).

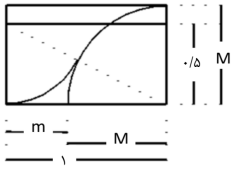
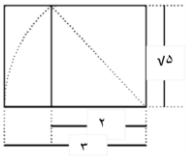
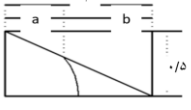
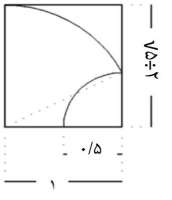
این طاق دارای نسبت اضلاع طول به عرض ۱/۱۶ می‌باشد و با ۳/۳ درصد خطا وجود تناسبات قاعدهٔ هفتم در آن قابل ارزیابی است. بنابراین انتظار می‌رود نسبت ارتفاع اجزاء کناری طاق تا پاکار به ارتفاع پاکار تا راس قوس دارای نسبتی برابر با ۰/۸۱ باشد. به عبارت دیگر اگر ارتفاع طاق ۲۱/۵ متر باشد ارتفاع پاکار تا راس طاق ۱۱/۸۸ متر خواهد شد. به منظور ارزیابی میزان مطابقت این تناسبات با سرمشق‌های کاشانی در قوس نوع چهارم از ترسیمات کاشانی دهانه ۱۸/۵ در نظر گرفته شد بعد از ترسیم قوس نوع چهارم کاشانی، ارتفاع ۱۱/۹۴ محاسبه گردید. که نشان از خطای ۰/۵ درصد در میزان انطباق قوس اجرا شده غرفه‌های اطراف صحن مسجد گوهرشاد با قوس نوع چهارم کاشانی می‌باشد (جدول۱و۲).

۹- نتیجه تحقیق

کاشانی بر اساس تجربیات خود در ایستایی و رفتار سازه‌ای قوس‌ها که تا قبل از آن برخی از آن‌ها شکسته می‌شدند این قوس‌ها را طراحی و ترسیم نموده است. قوس نوع اول کاشانی به دلیل تقسیمات ۶۰ درجه، مطابقت کامل با قواعد تثلیث کمان را نشان داد اما او قوس دوم با نیم درصد خطا نسبت به حالت ایده‌آل اصول تثلیث زاویه را قوس حقیقی در معماری دانسته است و روش سوم را برای خیز بیشتر مطرح نمود. در قوس سوم به دلیل تقسیمات ۴۵ درجه و خروج مرکز دایره به مقدار یک هشتم دهانه، این خطا به یک و نیم درصد افزایش یافته است. از نظر پژوهشگران کاشانی عملیات ریاضیات در معماری را به درستی مورد توجه قرار داده است و این یک تمرین عملی و نظری نبوده است. او با علم به وجود میزان خطا که به معنای خروج از تثلیث زاویه با خطایی نزدیک به یک درصد (قابل اغماض در علم آمار) است بهترین قوس‌ها را از نظر معماری و ریاضیاتی پیشنهاد داده است و گواه آن قوس نوع اول با تقسیم دایره تحت زاویهٔ شصت درجه می‌باشد که دارای خطای صفر درصد است. بنابراین می‌توان گفت از نظر کاشانی میزان خطای قابل قبول برای خروج از اصول تثلیث زاویه برای اجرای قوسی پایدار نیم درصد است و این خطا تا حداکثر یک و نیم درصد قابل افزایش می‌باشد.

توانایی کاشانی در بهینه‌سازی مسائل ریاضی و تولید محاسبات با خطای کنترل شده وی را در ردهٔ ریاضیدانان مدرن قرار می‌دهد. دست‌نوشته‌های کاشانی نشان می‌دهد او با استفاده از بررسی‌های مکرر به کاهش حداکثر خطا نائل می‌گشت. بنابراین می‌توان او را مخترع الگوریتم تکرار دانست. در تطبیق طاق و گنبد مسجد گوهرشاد با سرمشق‌های کاشانی طبق گفتهٔ هیلنبراند[۱۲] مشخص گردید که با تنوعی از طاق‌ها مواجه هستیم (جدول ۱) اما برخلاف ادعای ویلبر و گلمبک طاق نوع سوم کاشانی با مهمترین ایوان و گنبد بالای آن، ایوان مقصوره، مطابقت دارد. اگرچه ممکن است برخی مدعی تفاوت ظاهری این عناصر با سرمشق‌های کاشانی شوند اما از لحاظ محاسباتی میزان مطابقت میان این سرمشق‌ها و تناسبات هندسی ایوان مقصوره و گنبد آن به ترتیب یک و دو دهم و پنجاه و دو صدم درصد ارزیابی شده است. در مطابقت نظام هندسی تنظیم شده توسط ویلبر و گلمبک با گنبد ایوان مقصوره خطایی معادل چهار درصد وجود دارد. هرچند خطای سه تا چهار درصد از دید معماران قابل قبول است اما از دیدگاه پژوهشگران این خطا به دلیل بازسازی‌های مکرر این مجموعه می‌باشد. مهمترین بازسازی این مجموعه بعد از به توپ بسته شدن مسجد گوهرشاد توسط روس‌ها در سال ۱۳۳۹ می‌باشد. در این بازسازی گنبدی از جنس بتن‌آرمه با ضخامت تقریبی یک متر جایگزین گنبد حجیم آجری گردید. علت این امر آسیب جدی و نشست بنا ذکر گردید. این نشست موجب مورب شدن دهانهٔ طاق ایوان مقصوره شد. به سبب خرابی‌ها و بازسازی‌های مکرر گنبد، مشخص نیست شکل و ساختار اصلی آن چگونه بوده است.

جدول ۲: تناسبات هندسی طاق و گنبد مسجد گوهرشاد مشهد و سرمشق‌های کاشانی، منبع نگارندگان

عنصر معماری مسجد گوهرشاد	نظام هندسی	قاعدهٔ تناسبات	درصد خطا در تطابق نسبت‌های عرضی بنا و نظام هندسی	درصد خطا در تطابق طول به عرض بنا و نظام هندسی	قوس کاشانی	درصد خطا در تطابق میان اجزا بنا و سرمشق-های کاشانی
ایوان مقصوره	قاعدهٔ هشتم مربوط به نظام چهارم یعنی بخش بزرگتر $(\sqrt{۱-۵})\div۲$ یا M و بخش کوچکتر $(۳-\sqrt{۵})\div۲$		۰/۸۱	۰	نوع سوم	۱/۲
گنبد			۱/۶	۴/۰۵	نوع سوم	۰/۵۲
حجره‌های دور صحن	قاعدهٔ پنجم و ششم مربوط به نظام سوم یعنی بخش کوچکتر $۱\div\sqrt{۵}$ و بخش بزرگتر $(\sqrt{۱-۵})\div\sqrt{۵}$		–	۰	نوع دوم	۱/۰۶
ایوان شرقی و غربی			–	۱/۵	نوع دوم	۱/۳۳
ایوان دارالسیاده	قاعدهٔ هفتم نظام سوم یعنی نسبت طول به عرض $\sqrt{۵}\div۲$		–	۳/۳	نوع چهارم	۰/۵

در یک جمع‌بندی کلی مطابق با آنچه در جدول ۲ به آن اشاره شد. نظام‌های هندسی سوم و چهارم مطرح شده توسط ویلبر و گلمبک در تناسبات طاق و گنبد مسجد گوهرشاد با خطایی معادل صفر تا ۴/۰۵ درصد مشهود است. این میزان خطا از دید معماران قابل چشم‌پوشی است. اما باید متذکر شد عواملی همچون مرمت‌ها و نشست بنا، استاندارد نبودن ابزار در زمان اجرا یا برداشت بنا، درجه حرارت و انقباض و انبساط ابزار و مصالح، خطای قرائت و یا گرد کردن (تقریب زدن) اعداد در محاسبات و .... عواملی هستند که می‌توانند در این امر مهم مؤثر باشند. در مطابقت طاق ایوان مقصوره، گنبد بالای ایوان، حجره‌های دور صحن، ایوان شرقی و غربی و ایوان دارالسیاده با سرمشق‌های کاشانی به ترتیب، دو مورد اول با ۱/۲ و ۰/۵۲ درصد خطا مطابق با طاق نوع سوم، مورد سوم و چهارم با ۱/۰۶ و ۱/۳۳ درصد خطا مطابق با طاق نوع دوم و مورد آخر با ۰/۵ درصد خطا

مطابق طاق نوع چهارم می‌باشند. این میزان خطا در علم آمار قابل اغماض است

در پاسخ به پرسش اول پژوهش، مشخص گردید رسالهٔ کاشانی یک تمرین عملی نظری نبوده و او به درستی عملیات محاسباتی را برای خلق عناصر معماری به کار بسته است و در پاسخ به بقیه موارد مشخص گردید قوام‌الدین شیرازی معمار دربار عصر تیموری در ساخت و اجرای بنای گوهرشاد که بانی آن از اعضاء دربار بود به درستی از نظام هندسی و قواعد محاسباتی عصر خود بهره برده است. این تطابق‌ها این فرضیه را که اصحاب صنایع دانش ریاضیات و هندسی خود را در جلسات گفت و شنود با اندیشمندان کسب می‌نمودند تقویت می‌بخشد. مسجد گوهرشاد مظهر هماهنگی و توازن میان نظام هندسی و محاسباتی عصر تیموری است.

۱۰- تشکر و قدردانی

موردی از طرف نویسندگان ذکر نشده است.

۱۱- پی‌نوشت‌ها

۱. دو بخش از یک استوانه یا حلقه یا شکل طبل درج با قطری کوچکتر یا مساوی دهانه بر روی دو تکیه‌گاه، دو بخش دیگر از یک استوانه یا حلقه یا شکل طبل با قطری بزرگتر از اولی با ارتفاع برابر بر روی راس دو بخش اول، قطعه‌ای به شکل لوزی که قوس‌ها را به هم متصل می‌کند. در روش چهارم قوس تنها دو قطعهٔ استوانه‌ای همراه با سنگ بالای طاق تشکیل شده و در روش پنجم تنها شامل دو بخش استوانه‌ای است.

۲. اگر هر یک از مکعب‌های قطرهای قاعدهٔ قسمت مقعر گنبد یا قسمت محدب آن را در هالح‌کج ثانیه یا ۰/۳۰۶ ضرب کنیم و آن‌ها را از یکدیگر کسر نماییم اندازهٔ حجم پوستهٔ گنبد به دست می‌آید.

3. Bulatow

۴. از دید پژوهشگران این رقم بر مبنای اعداد شصتگانی نوشته شده و هر واحد برابر شصت است.

5. Script
6. Import
7. Def
8. Interrection
9. Step
10. Def step 1, def step 2 & def step 3
11. Golombek
12. Hillenbrand

۱۲- منابع فارسی و لاتین

اخلاصی، احمد؛ مفیدی شمیرانی، مجید و عنبری روزبهانی، نظام‌الدین. (۱۳۹۲). رویکرد طراحی الگوریتمیک و راهکارهای معماری بومی ایران در بهره‌گیری و کنترل نور روز :چگونگی بهره‌گیری از راهکارهای معماری گذشته در راستای طراحی نماهای شفاف معاصر، معماری و شهرسازی آرمان‌شهر، ویژه‌نامه منتخب مقالات اولین همایش روشنایی و نورپردازی ایران، صص: ۳۵-۲۵
http://www.armanshahrjournal.com/article_39217.html

– باوندیان، علیرضا. (۱۳۹۶). شاخص‌های ارزشی مسجد گوهرشاد مشهد از منظر حکمت انسی، فرهنگ رضوی: ادیان مذاهب و عرفان، ۱۷، صص: ۲۳۰-۲۰۹.
http://www.farhangerazavi.ir/article_50282.html?lang=fa

– پوپ، آرتور. (۱۹۶۵). معماری ایران. ترجمهٔ: غلامحسین صدری افشار، (۱۳۹۳)، چاپ دهم (دوم ناشر)، تهران: دات.

– ترزیدیس، کستاس. (۲۰۰۳). فرم بیانگر رهیافتی به معماری رایانه‌ای، ترجمهٔ: کاوه بذرافکن و همکاران. (۱۳۹۳). چاپ اول، مشهد: کتابکده کسری

– حسینی، سید محسن. (۱۳۹۳). مساجد تاریخی خراسان، جلد یکم، چاپ اول، مشهد: آستان قدس رضوی.

– خیری، علی. (۱۳۸۹). قوس معماری ایرانی اسلامی در «مفتاح‌الحساب» غیاث‌الدین جمشید کاشانی، *کتاب ماه علوم و فنون*، (۱۲۹)۲، صص: ۳۴-۲۸.
https://www.magiran.com/paper/778942

– دوست‌قرین، فاطمه. (۱۳۸۸). رسالهٔ میرزا ابوتراب نطنزی در تثلیث زاویه، تاریخ علم، ۸، صص: ۲۹-۱.

https://www.sid.ir/fa/journal/ViewPaper.aspx?id=123034

– زمرشدی، حسین. (۱۳۹۰). مسجد بی‌نظیر جامع گوهرشاد و هنرهای قدسی معماری، مطالعات شهر ایرانی اسلامی، ۶، صص: ۳۲-۱۷.

https://www.sid.ir/fa/journal/ViewPaper.aspx?id=198626

– سمپلونیوس، ایوونه دولد. (۲۰۰۰). روش کاشانی برای محاسبهٔ قوس‌ها، ترجمهٔ: علیرضا اشرفی و محمدرضا احمدی، (۱۳۸۴)، آیینه میراث ویژهٔ تاریخ علم، ۳:۲۸، صص: ۷۷-۶۱.

https://www.noormags.ir/view/fa/articlepage/90658/روش-کاشانی-برای-محاسبه-قوس-ها

– سوادی، فاطمه. (۱۳۸۷). رساله‌ای فارسی دربارهٔ محاسبهٔ جیب یک درجه، تاریخ علم، ۶، صص: ۱۰۴-۶۹.

https://www.sid.ir/fa/journal/ViewPaper.aspx?id=97356

– شهابی، ریحانه و همکاران. (۱۳۹۴). جایگاه طراحی پارامتریک در شکل‌گیری معماری معاصر کشورهای اسلامی، مجموعه مقالات دومین کنگره بین‌المللی افق‌های جدید در معماری و شهرسازی، تهران، ایران.

https://civilica.com/doc/531614/

– صحراگرد، مهدی. (۱۳۹۲). شاهکارهای هنری در آستان قدس رضوی: کتیبه‌های مسجد گوهرشاد، چاپ اول، مشهد: آستان قدس رضوی.

– طاهری، جعفر و نورتقانی، عبدالمجید. (۱۳۹۰). دانش ریاضیات معماری در آثار کاشانی، کتاب ماه علوم و فنون، (۵۲)۲، صص: ۱۳۰-۱۲۱.

https://www.noormags.ir/view/fa/articlepage/960889/دانش-ریاضیات-معماری-در-اثار-کاشانی

– فلاح‌نیا، مهسا؛ خسروی، رضا و زارع‌پور، سروش. (۱۳۹۲). معماری الگوریتمی ابزاری در جهت تحقق ایده‌های نو، کنفرانس بین‌المللی مهندسی عمران معماری و توسعهٔ پایدار شهری، تبریز، ایران.

https://civilica.com/doc/273648/

– فلاحی، فاطمه؛ میرریاحی، سعید؛ سلطانزاده، حسین؛ رئیس سمیعی، محمد مهدی. (۱۳۹۹). نقش قواعد مثلثاتی در عناصر معماری ایران از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی، فلسفه علم، (۲۰)۱۰، صص: ۱۵۲-۱۲۹.

https://philosophy.ihcs.ac.ir/article_5670.html

– قاضی‌زادهٔ رومی، موسی. (بی تا). رسالهٔ فی استخراج جیب درجهٔ واحدهٔ، نسخهٔ شمارهٔ ۳۱۸۰/۱۱ ، کتابخانهٔ ملی ملک، مشهد: آستان قدس رضوی.

– کاشانی، غیاث‌الدین جمشید. (بی‌تا). رسالهٔ طاق و ازج، ترجمهٔ: سید علیرضا جذبی، (۱۳۹۳). چاپ سوم، تهران: انتشارات سروش.

– کریچلو، کیت. (۱۹۷۶). تحلیل مضامین جهان‌شناختی نقوش اسلامی. ترجمهٔ: سید حسن آذرکار. (۱۳۹۰). چاپ اول، تهران: حکمت

– گروت، لیندا و وانگ، دیوید. (۱۹۵۴)، روش‌های تحقیق در معماری، ترجمهٔ: علیرضا عینی‌فر (۱۳۹۴)، چاپ هشتم، تهران: دانشگاه تهران.

– گلابچی، محمود؛ اندجی گرمارودی، علی و باستانی، حسین. (۱۳۹۱). معماری دیجیتالی کاربرد فن‌آوری‌های CAD/CAM/CAE در معماری، چاپ دوم، تهران: دانشگاه تهران.

– مستغنی، علیرضا و علیمرادی، محسن. (۱۳۹۳). واکاوی کاربرد هندسه طبیعت و فراکتال در معماری پارامتریک با بررسی آرایه داخلی گنبد مسجد شیخ لطفالله، فصنامهٔ نامهٔ معماری و شهرسازی، ۱۶، صص: ۱۲۱-۱۰۳

http://aup.journal.art.ac.ir/article_284.html

– مظاهری، مهرانگیز. (۱۳۷۶). معماری در عهد تیموری، جلوه هنر، ۸ و ۹، صص: ۵۱-۴۶.

https://www.noormags.ir/view/fa/articlepage/801096/معماری-در-عهد-تیموری

– معصومی همدانی، حسین. (۱۳۸۵). تثلیث زاویه، دایره المعارف بزرگ اسلامی، ج. ۱۴، تهران: دایره المعارف بزرگ اسلامی.
– معماریان، غلامحسین. (۱۳۶۷). نیارش سازه های طاقی در معماری اسلامی ایران، چاپ اول، تهران: جهاد دانشگاهی.
– ویلبر، دونالد و گلمبیک، لیزا. (۱۹۸۸). معماری تیموری در ایران و توران، ترجمهٔ: کرامت‌الله افسر و محمد یوسف کیانی، (۱۳۷۴)، چاپ اول، تهران: سازمان میراث فرهنگی کشور.
– Balachandran Pillai A. (2017). Software Architecture with Python: Design and architect highly scalable, robust, clean, and high performance applications in Python, 1th ed., Birmingham, Packt Publishing Ltd. https://vdoc.pub/documents/software-architecture-with-python-3n5t6ldrsla0
– Connors D, Dunn K, Bueter, R. (2017). PyCompArch: Python-Based Modules for Exploring Computer Architecture Concepts, Conference Paper. https://www.researchgate.net/publication/304551365. Retrived: 01/2020. https://www.researchgate.net/publication/304551365
– Hillenbrand, Robert. (2005). The Timurid Achievement, In: Architecture, A Survey of Persian Art FROM PREHISTORIC TIMES TO THE PRESENT: The Islamic Period, Vol. XVIII, ed. Abbas Daneshvari, Costa Mesa, pp: 83-126. https://www.academia.edu/33163865/Robert_Hillenbrand_The_Timurid_Achievement_in_Architecture_in_A_Survey_of_Persian_Art_The_Islami_Period_XVIII_ed_A_Daneshvari_Costa_Mesa_2005_83_126
– Kostof, Spiro. (1977). The Architect in the Middle Ages, East and West. In: Architect chapter in the history, ed. Kostof, Spiro, New York, Oxford University press, pp: 59-95. https://books.google.com/books?id=ParnCwAAQBAJ&pg=PR3&source=gbs_selected_pages&cad=2#v=onepage&q&f=false
– Memarian Gh. H. Anwarul Islam M. Mousavian S. M. F. (2014). 15th century contribution to the study of vaulted structure in Iran based on Ghiayth-al Din Kashani's studies. International Journal of Architectural Engineering & Urban Planning, Vol. 24, No. 1, pp: 1-8. https://www.sid.ir/en/Journal/ViewPaper.aspx?ID=649611
– Ozdural, Alpay. (2000). Mathematics and Arts: Connections between Theory and Practice in the Medieval Islamic World, Historia Mathematica, Vol. 27, No. 2, pp: 171-201 https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0315086099922747
– O'kane, Bernard. (2017). Architecture and Court Cultures of the Fourteenth Century, John Wiley & Sons, Inc. https://www.academia.edu/35070418/Architecture_and_Court_Cultures_of_the_Fourteenth_Century
– Rutten, David. (2011). Python for Rhinoceros 5, Rhinocervs, Revision 3. http://designalyze.com/sites/default/files/tutorial_files/RhinoPythonPrimerRev3.pdf. Retrieved: 01/2020. http://designalyze.com/sites/default/files/tutorial_files/RhinoPythonPrimerRev3.pdf
– Shuriye, Abdi Omar. Daoud, Jamal I. (2011). Islamic Mathematical Sciences. Australian Journal of Basic

http://www.ajbasweb.com/old/ajbas/2011/51-59.pdf and Applied Sciences, Vol. 5, No. 3, pp: 51-59.

۱۳- چکیده تصویری